

Notas de aula

Física Geral 2 – F 228

Odilon D. D. Couto Jr.

Instituto de Física "Gleb Wataghin"
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP
Departamento de Física da Matéria Condensada

<http://sites.ifi.unicamp.br/odilon>

ONDAS II - SOM

SOM $\Rightarrow$ eco, interferência, reflexão, difração

$\hookrightarrow$ deve ser tratado como uma onda.

$\hookrightarrow$ Fluido $\Rightarrow$ não responde à tensão de cisalhamento

$\Rightarrow$ SOM é uma onda LONGITUDINAL

$\Rightarrow$ Mostrar vídeos de propagação de ondas longitudinais.

Por ser uma onda longitudinal de pressão, podemos começar a descrição do fenômeno a partir da definição do módulo de elasticidade volumétrica (MÓDULO ELASTICIDADE).

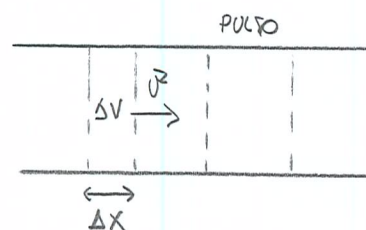
$$\Delta p = -B \frac{\Delta V}{V} \quad \Rightarrow \quad B = - \frac{\Delta p}{\Delta V/V}$$

Seja um pulso de onda sonora que se propaga para a esquerda com velocidade $-\vec{v}$.

No referencial do pulso, um elemento ΔV tem velocidade $\vec{v}$ para a direita.

A força dirigida ao elemento de volume é:

$$F = pA - (p + dp)A = -\Delta p A$$



$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$$

A massa do elemento é: $\Delta m = \rho \Delta V = \rho A \Delta x = \rho A v \Delta t$

$$\Rightarrow F = \Delta m a = \rho A v \Delta t \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\Delta p A \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta p}{\Delta v} = -\rho v^2$$

O ar ocupa um volume: $V = A \Delta x = A v \Delta t$

$$\Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta A v \Delta t}{A v \Delta t} = \frac{\Delta v}{v} \quad \Rightarrow \quad B = \rho v^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

no ar $v_{som} \approx 340 \text{ m/s}$

Para o caso de uma onda progressiva, a descrição pode ser feita por um seno em coseno

Seja $s(x,t)$ a amplitude do movimento da partícula na posição x e tempo t .

$$\Rightarrow s(x,t) = \sin \cos(kx - \omega t) \quad s \parallel \hat{k}$$

Este movimento de ida e volta em torno de uma posição de equilíbrio está associado à uma variação de pressão que se propaga.

Seja $\Delta p(x,t)$ esta variação.

$$\Delta p = -B \frac{\Delta V}{V} \quad V = A \Delta x \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta s}{\Delta x} = \frac{\partial s}{\partial x}$$

$$\Rightarrow \Delta p(x,t) = -B \frac{\partial s}{\partial x} = +B \sin k \cos(kx - \omega t)$$

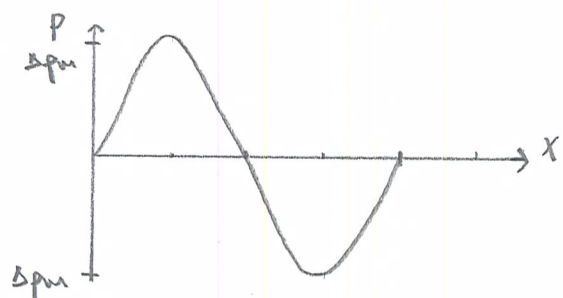
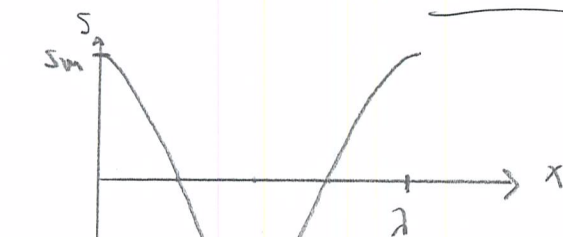
Que pode ser escrita:

$$\Delta p(x,t) = \Delta p_m \cos(kx - \omega t)$$

$$\Delta p_m = B \sin k = \rho v^2 \sin \frac{\omega}{v} = \rho v \omega \sin$$

É importante notar que há uma diferença de fase de $\frac{\pi}{2}$ entre $s(x,t)$ e $\Delta p(x,t)$

Além disso: $\sqrt{\Delta p_m \ll p_0} \quad p_0 = p_{atm}$



$\rightarrow \leftarrow$ compressão
 $\leftarrow \rightarrow$ raras

INTENSIDADE e POTÊNCIA

A potência da onda está associada à energia cinética transportada. Esta energia cinética se deve ao movimento da partícula:

$$P = Fv = F \frac{\partial s}{\partial t}$$

$$F = +\Delta p A = +\Delta p m A \sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} = +\omega \sin(kx - \omega t)$$

$$P = \omega A \sin \Delta p m A \sin^2(kx - \omega t) = \rho v \omega^2 s_m^2 A \sin^2(kx - \omega t)$$

$$\text{A Intensidade é: } I = \frac{\bar{P}}{A} = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 s_m^2$$

Para uma onda esférica a intensidade cai com a distância

$$I = \frac{\bar{P}}{4\pi r^2}$$

DECIBEL

No aparelho auditivo detecta sons com intensidade que vão de 10^{-12} W/m^2 a 1 W/m^2 . Tomando $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$, o nível sonoro em decibéis é

$$\beta(\text{dB}) = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

Seu ouvido, se $I = I_0 \Rightarrow \beta = 0$

$$I = 1 \text{ W/m}^2 \Rightarrow \beta = 120 \text{ dB}$$

BATIMENTO

Batimento é um fenômeno que ocorre quando duas ondas de frequências próximas interferem numa região do espaço.

$$S_1 = s_m \cos(\omega_1 t) \quad S_2 = s_m \cos \omega_2 t \quad (*)$$

$$S = S_1 + S_2 = s_m [\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t]$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left[\frac{1}{2}(\alpha - \beta) \right] \cos \left[\frac{1}{2}(\alpha + \beta) \right]$$

$$S = 2 s_m \cos \left[\frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)t \right] \cos \left[\frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)t \right]$$

$$\text{Se } \omega_1 \approx \omega_2 \Rightarrow \omega_1 - \omega_2 \ll \omega_1 + \omega_2$$

$$\Rightarrow \cos \left[\frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)t \right] \text{ varia muito mais que } \omega_1 - \omega_2$$

$\Rightarrow$ Haverá uma modulação no som resultante determinada por $\omega_1 - \omega_2$

$$\text{Como } I \propto S^2 \Rightarrow \text{freq. do batimento: } \omega = 2 \cdot \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2) = \omega_1 - \omega_2$$

$$\text{ou } \boxed{f_{\text{bat}} = f_1 - f_2}$$

Mostar vídeo: academo.org/demos/wave-interference-beat-frequency

(*) TALVEZ SEJA MELHOR:

$\hookrightarrow$ VER PRÓXIMA PÁGINA.

$$S = 2 s_m \cos \left[\frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)t \right] \cos \left[\frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)t \right]$$

$$\hookrightarrow \text{freq. do batimento}$$

BATIMENTO:

Sejam duas ondas numa mesma região do espaço:

$$S_1(x,t) = S_m \cos(k_1 x - \omega_1 t) \quad \text{e} \quad S_2(x,t) = S_m \cos(k_2 x - \omega_2 t)$$

$$S(x,t) = S_1(x,t) + S_2(x,t) = S_m [\cos(k_1 x - \omega_1 t) + \cos(k_2 x - \omega_2 t)]$$

$$S(x,t) = 2 S_m \cos\left[\left(\frac{k_1 - k_2}{2}\right)x - \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\right)t\right] \cos\left[\left(\frac{k_1 + k_2}{2}\right)x - \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\right)t\right]$$

$$v = \lambda_1 f_1 = \lambda_2 f_2 \Rightarrow \frac{1}{\lambda_2} = \frac{1}{\lambda_1} \frac{f_2}{f_1} = \frac{1}{\lambda_1} \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

$$\Rightarrow \underline{k_1 - k_2} = \frac{2\pi}{\lambda_1} \left[1 - \frac{\omega_2}{\omega_1}\right] = \frac{2\pi}{\lambda_1 \omega_1} (\omega_1 - \omega_2)$$

$$\text{Mas: } v = \lambda_1 \frac{\omega_1}{2\pi} \Rightarrow k_1 - k_2 = \frac{\omega_1 - \omega_2}{v}$$

$$\Rightarrow S(x,t) = 2 S_m \cos\left[\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\right) \frac{x}{v} - \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\right)t\right] \cos\left[\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\right) \frac{x}{v} - \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\right)t\right]$$

$\Rightarrow$ tanto x quanto t são modulados por $\omega_1 - \omega_2$

$\Rightarrow$ Fixando uma posição, por exemplo, $x=0$

$$\Rightarrow S(x,t) = 2 S_m \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$$

$\omega_1 \approx \omega_2 \Rightarrow$ BATIMENTO

$$f_{\text{bat}} = \omega_1 - \omega_2 \Rightarrow \underline{f_{\text{bat}}} = f_1 - f_2$$

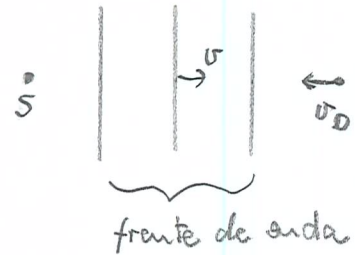
EFEITO DOPPLER

O efeito dopler está associado à mudança de frequência sonora detectada por um detector devido ao movimento deste ou da fonte emissora.

Velocidades subsônicas: $v_D, v_S < v$

i) Fonte parada

Se o detector se move com velocidade v_D



Sabendo a velocidade do som $v = \lambda f$

a freq f' com a qual o detector "vê" as frentes

● aumentar em relação à f :

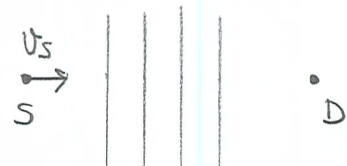
$$f' = \frac{v}{\lambda} + \frac{v_D}{\lambda} = \frac{v}{\lambda} \left(\frac{v + v_D}{v} \right) = f \left(\frac{v + v_D}{v} \right)$$

se o detector estivesse indo no sentido oposto: $f' = f \left(\frac{v - v_D}{v} \right)$

ii) Fonte em movimento.

Neste caso, a freq detectada também aumenta,

● porque o comprimento de onda detectado é menor:



$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{vT - v_S T} = \frac{1}{T} \left(\frac{v}{v - v_S} \right) = f \left(\frac{v}{v - v_S} \right) \quad f' > f$$

Para a fonte se afastando:

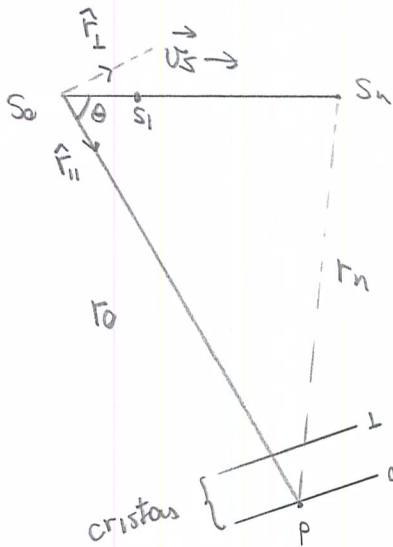
$$f' = f \left(\frac{v}{v + v_S} \right)$$

A expressão generalizada pode ser escrita:

$$f' = f \left(\frac{v \pm v_D}{v \mp v_S} \right)$$

sinais superiores APROX.
 " inferiores: AFASTAMENTO

PODEMOS ainda levar em consideração o caso onde fonte ou detector não se movem ao longo de uma mesma linha reta.



Considerando que r_0 e r_n são grandes o suficiente para que as frentes de onda que chegam a P sejam planas:

$$\vec{v}_S = v_S \cos \theta \hat{r}_I + v_S \sin \theta \hat{r}_\perp$$

Qualquer movimento tangencial à frente de onda não altera o efeito doppler por não alterar λ' .

$\Rightarrow$ A componente que entra na expressão é $v_S \cos \theta$:

$$\Rightarrow f' = f \left(\frac{v}{v - v_S \cos \theta} \right)$$

O mesmo raciocínio vale para o detector se movendo com ângulo θ :

$$f' = f \left(\frac{v + v_D \cos \theta}{v} \right)$$

De forma que a expressão generalizada fica:

$$f' = f \left[\frac{v + v_D \cos \theta}{v - v_S \cos \theta} \right]$$

$\theta \approx 0 \Rightarrow$ APROXIMAÇÃO

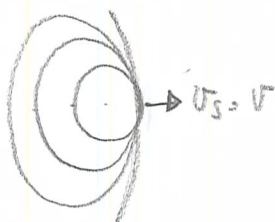
$\theta \approx \pi \Rightarrow$ AFASTAMENTO

ONDAS DE CHOQUE

Suponhamos agora que tenhamos uma fonte que se desloca com velocidade maior que a do som.

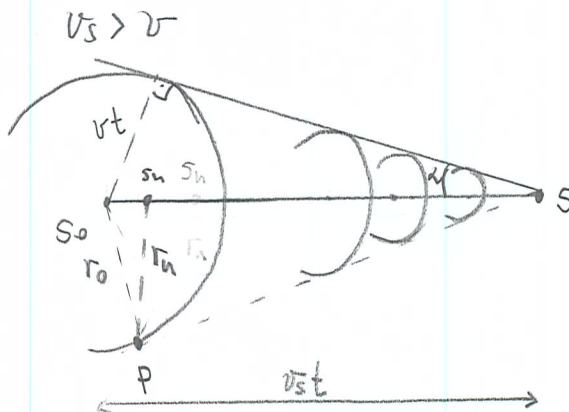
$$v_s > v$$

Se $v_s = v$



$$\sin \alpha = \frac{vt}{v_s t} = \frac{v}{v_s}$$

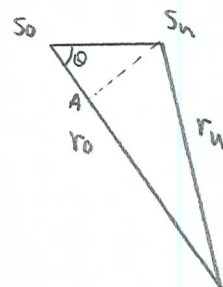
$$\frac{v_s}{v} \rightarrow N^\circ \text{ de Mach}$$



Se eu divido o espaço $S_n - S_0$ em n intervalos iguais de tempo. $t = n \Delta t$ o tempo que a onda demora para chegar em P , depois da fonte partir de S_0 é:

$$t_n = n \Delta t + \frac{r_n}{v}$$

$$r_n \approx r_0 - S_0 A = r_0 - (S_n - S_0) \cos \theta = r_0 - n \Delta t v_s \cos \theta$$



$$t_n = n \Delta t + \frac{r_0}{v} - n \Delta t \frac{v_s}{v} \cos \theta$$

$$t_n - t_0 = n \Delta t \left[1 - \frac{v_s}{v} \cos \theta \right] = 0 \Rightarrow \cos \theta = \frac{v}{v_s} = \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} - \alpha$$

$\Rightarrow \theta$ é o ângulo em que todas as frentes de onda (n) chegam juntas, somando n .

$\Rightarrow$ Isso produz a onda de choque.

ONDAS ESTACIONÁRIAS EM TUBOS

Ondas estacionárias podem ser geradas em tubos assim como em cordas.

tubo aberto $\rightarrow$ corda solta

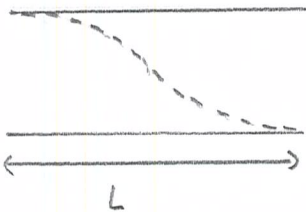
$\rightarrow$ anti-nó

tubo fechado $\rightarrow$ corda presa

$\rightarrow$ nó

TUBO ABERTO NAS DUAS EXTREMIDADES

1º harm.



$$L = \frac{\lambda}{2}$$

$$\Rightarrow L = n \frac{\lambda}{2}$$

$$v = \lambda f$$

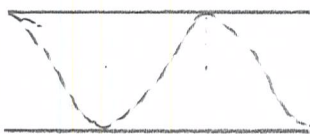
2º harm.



$$L = \lambda$$

$$f = \frac{nv}{2L} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

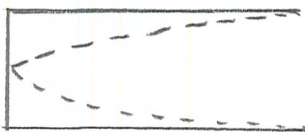
3º harm.



$$L = \frac{3\lambda}{2}$$

TUBO FECHADO EM UMA EXTREMIDADE

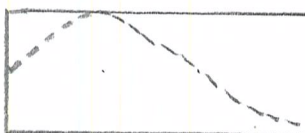
1º harm.



$$L = \frac{\lambda}{4}$$

$$L = n \frac{\lambda}{4} \quad n = 1, 3, 5 \rightarrow \text{só ímpares}$$

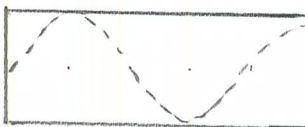
2º harm.



$$L = \frac{3\lambda}{4}$$

$$f = \frac{1}{\lambda} v = \frac{nv}{4L}$$

3º harm.



$$L = \frac{5\lambda}{4}$$