Notas de aula

Física Geral 4 - F 428

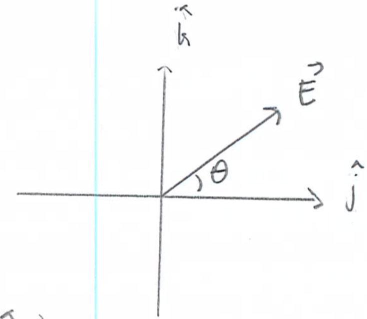
Odilon D. D. Couto Jr.

Instituto de Física "Gleb Wataghin"
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP
Departamento de Física da Matéria Condensada

http://sites.ifi.unicamp.br/odilon

AULA 02

Quando o vetor $\vec{E}$ tem a forma



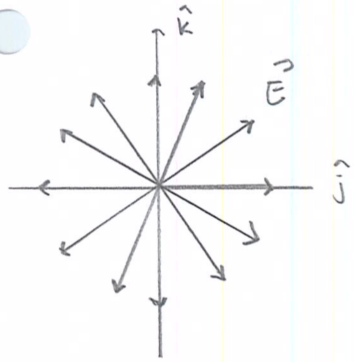
podemos escrevê-lo:

$$\vec{E} = E_0 \operatorname{sen}(kx-\omega t)\,(\cos\theta\,\hat{j} + \operatorname{sen}\theta\,\hat{k})$$

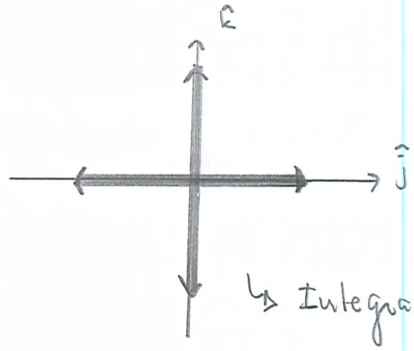
⇒ Note que estamos seguindo a notação da aula anterior.

⇒ Este campo eletromagnético é dito LINEARMENTE POLARIZADO.
Ou luz linearmente polarizada.

A forma mais comum para a luz, no entanto, talvez seja a NÃO-POLARIZADA.



que pode ser representada como

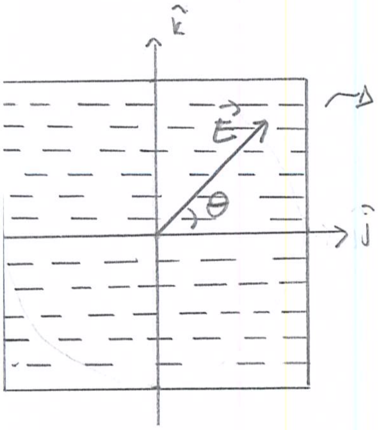


↳ Integral no tempo

$\vec{E} = E'\hat{j} + E'\hat{k}$

Existem alguns materiais que absorvem uma das componentes de $\vec{E}$ e deixam passar a outra. São os chamados POLARIZADORES. Assim, a partir de luz não-polarizada produzimos luz polarizada.

⇒ Função de onda dos orbitais é polarizada ⇒ apenas uma direção é absorvida.



→ direção de polarização

Após passar pelo polarizador: $\vec{E}' = E_0 \operatorname{sen}(kx-\omega t)\cos\theta\,\hat{j}$

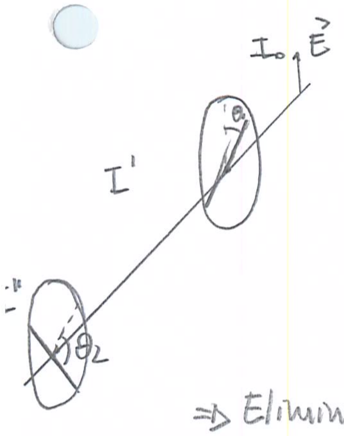
$$\Rightarrow I' = \frac{E'^2}{\mu_0 c} = \underbrace{\frac{E_0^2 \operatorname{sen}^2(kx-\omega t)}{\mu_0 c}}_{I_0}\cos^2\theta \Rightarrow \boxed{I' = I_0 \cos^2\theta}$$

⇒ Se $\theta = 0$ ⇒ Toda a luz é transmitida

Se $\theta = \frac{\pi}{2}$ ⇒ Toda luz é absorvida (luz e polarizador estão "cruzados")

⇒ OBS: ISSO é uma APROXIMAÇÃO! Sempre há um pouco da componente cruzada de $\vec{E}$ que é transmitida.

Se houver mais de um polarizador no caminho do feixe, temos que levar em conta o ângulo relativo (θ_2) entre os dois polarizadores. Se θ_1 é o ângulo entre $\vec{E}$ e o primeiro polarizador:



$$I' = I_0 \cos^2\theta_1$$

$$I'' = I' \cos^2\theta_2 = I_0 \cos^2\theta_1 \cos^2\theta_2$$

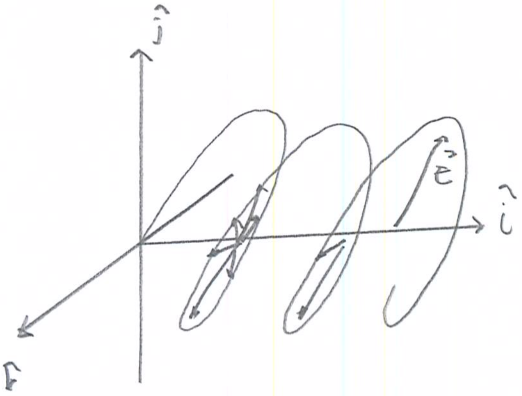
se $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$ os polarizadores estão cruzados.

⇒ Eliminar uma das componentes de $\vec{E}$ é normalmente útil para aumentar o contraste de imagens.

Outro tipo de polarização é a <u>CIRCULARMENTE POLARIZADA</u>

Aqui: $\vec{E} = E_0 \sin(kx - \omega t)\,\hat{j} + E_0 \cos(kx - \omega t)\,\hat{k} = E_y \hat{j} + E_z \hat{k}$

E_y e E_z têm uma defasagem temporal de $\frac{\pi}{2}$.



⇒ A diferença entre luz circularmente polarizada e não polarizada é a COERÊNCIA TEMPORAL entre as duas componentes de $\vec{E}$.

⇒ MOSTRAR SLIDE

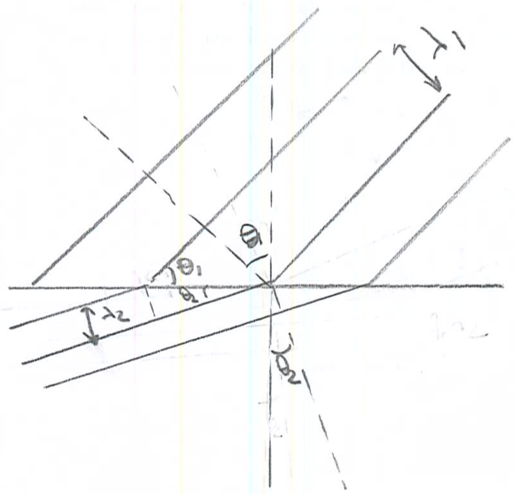
LEI DE SNELL

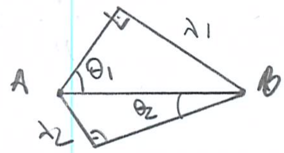
Seja um campo eletromagnético $\vec{E} = E e^{i(kx-\omega t)}\hat{j} = E_y\hat{j}$ incidindo na superfície de um material.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad v = \lambda f \Rightarrow v = \lambda\frac{\omega}{2\pi} = \frac{c}{n} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi c}{n\omega}$$

Como as cargas respondem à freq. ω, se a velocidade no meio muda

$\Rightarrow$ λ também deve mudar $\Rightarrow$ relacionado ao índice de refração.





$$\sin\theta_1 = \frac{\lambda_1}{AB}$$

$$\sin\theta_2 = \frac{\lambda_2}{AB}$$

$$AB = \frac{\lambda_2}{\sin\theta_2} = \frac{\lambda_1}{\sin\theta_1}$$

$$\frac{\cancel{2\pi c}}{n_1\cancel{\omega}}\,\frac{1}{\sin\theta_1} = \frac{\cancel{2\pi c}}{n_2\cancel{\omega}\sin\theta_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{n_1\sin\theta_1 = n_2\sin\theta_2} \Rightarrow \text{LEI DE SNELL}$$

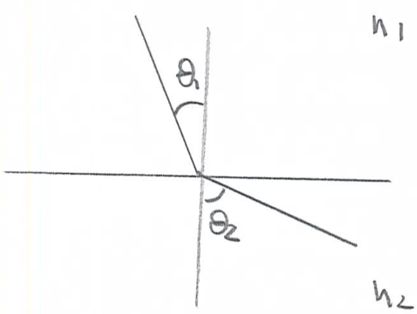
Se $n_2 > n_1 \Rightarrow \sin\theta_2 = \frac{n_1}{n_2}\sin\theta_1 \Rightarrow \theta_2 < 90°$

$\theta_2 < \theta_1$

Se $n_2 < n_1 \Rightarrow \sin\theta_c n_1 = \sin\theta_2 n_2 \Rightarrow \sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1}\sin 90 = \frac{n_2}{n_1}$

$\Rightarrow \theta_2 > \theta_1$

$\Rightarrow$ Reflexão interna total $\Rightarrow$ fibras ópticas



$n_1 > n_2$

$\Downarrow$

$\theta_1 < \theta_2$

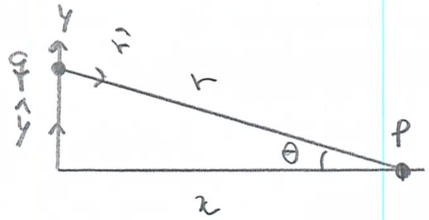
$\Rightarrow$ $\Rightarrow \theta_1 = \theta_c$

MOSTRAR FIGURAS NOS SLIDES.

A questão agora é: O que é o índice de refração?

- Qual a relação com o que aprendemos na aula passada?
- Como é produzido um campo eletromagnético?
- O que acontece quando ele penetra em um meio material?

Seja uma carga q à uma distância de um ponto P no espaço.



A lei de Coulomb diz que $\vec{E}_C = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$ ⇒ Somar cargas não muda a forma do campo.

$|\vec{E}_C| \propto \frac{1}{r^2}$ ⇒ decai muito rapidamente com a distância

⇒ Não é o responsável pela radiação eletromagnética.

Pode-se mostrar que há uma outra componente do campo elétrico da forma:

$$\vec{E}_R = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 c^2}\frac{d^2\hat{r}}{dt^2}$$

se $\frac{d^2\hat{r}}{dt^2} = 0 \Rightarrow \vec{E}_R = 0$ ⇒ campo devido à uma carga em movimento.

$$\vec{r} = r\hat{r} = x\hat{i} + y\hat{j} \Rightarrow \hat{r} = \frac{x}{r}\hat{i} + \frac{y}{r}\hat{j}$$

se $y \ll x$ e $r = cte$ $\Rightarrow \frac{d\hat{r}}{dt} \simeq \frac{1}{r}\frac{dy}{dt}\hat{j} \Rightarrow \frac{d^2\hat{r}}{dt^2} \simeq \frac{1}{r}\frac{d^2y}{dt^2}\hat{j}$

$$\Rightarrow \vec{E}_R = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 c^2}\frac{1}{r}\frac{d^2y}{dt^2}\hat{j} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 c^2}\frac{1}{r}a_y\hat{j}$$

Sendo assim, o campo $\vec{E}_R$ só aparece se houver uma carga acelerada.

- Além disso $|\vec{E}_R| \propto \frac{1}{r}$ $\Rightarrow$ decaimento bem mais lento do que $|\vec{E}_c|$.

Para escrever $\vec{E}_R(t)$ temos apenas que lembrar que a velocidade da luz é finita $\Rightarrow$ O campo observado em P no tempo t, foi gerado por que no tempo

$$t' = t - \frac{r}{c}$$

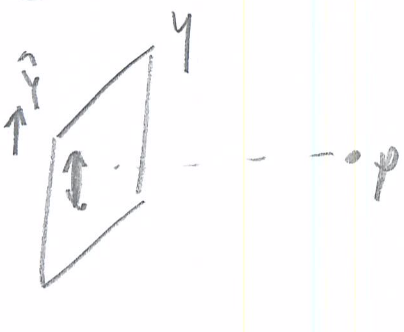
$$\Rightarrow \vec{E}_R(t) = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2}\frac{1}{r}\, a_y\left(t-\frac{r}{c}\right)\hat{j}$$

Suponhamos agora que a carga oscile em $\hat{y}$ com freq. ω.

$$\Rightarrow y(t') = y_0 e^{i\omega t'} \quad \Rightarrow a_y(t') = \frac{d^2y}{dt'^2} = -\omega^2 y_0 e^{i\omega t'} = -\omega^2 y_0 e^{i\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)}$$

$v_y(t) = i\omega y_0 e^{i\omega t'}$

Pode-se mostrar que, para um plano de cargas oscilantes (ver Feynman Cap 30 Vol I +31) com densidade de carga $\eta = \frac{dq}{dA}$ o campo resultante, devido à contribuição de todas as cargas é:



$$\vec{E} = \sum_{\text{cargas}} \vec{E}_R = -\frac{\eta q}{2\epsilon_0 c}\underbrace{i\omega y_0 e^{i\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)}}_{\frac{dy}{dt}}\hat{y}$$

$$\boxed{\vec{E} = E_0 e^{i\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)}\hat{y}}$$

NOTE A MUDANÇA de r para x. //

$$\vec{E} = -\frac{\eta q}{2\epsilon_0 c}\vec{v}_c\left(t-\frac{x}{c}\right) \quad (1)$$

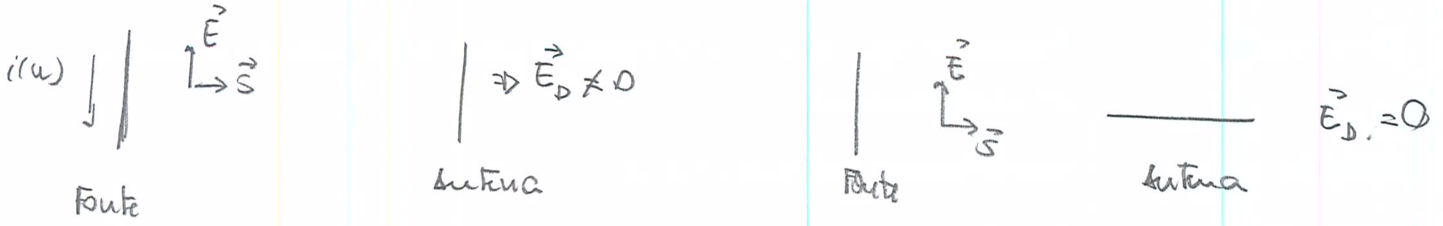
$\Rightarrow$ ONDA PLANA !!!

NÃO DECAI COM $\frac{1}{r^2}$

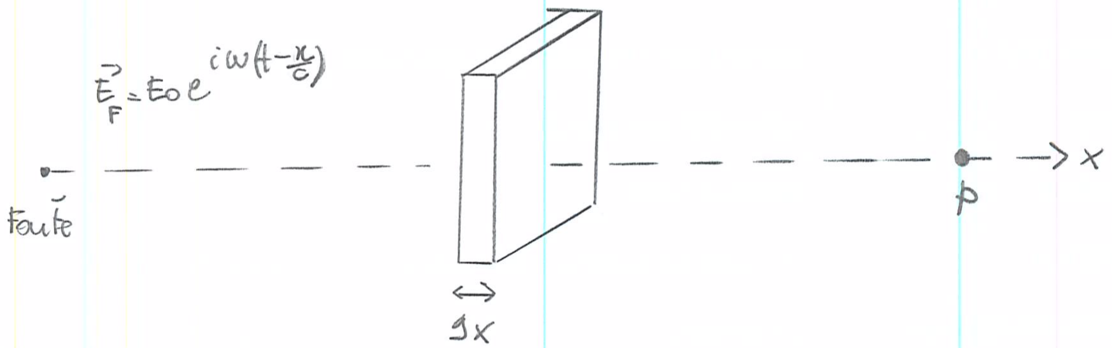
$\vec{v}_c$ é a velocidade de uma única carga

- Em outras palavras, cargas oscilantes produzem uma onda eletromagnética.

- Se o campo é polarizado (em $\hat{y}$, por exemplo), a detecção também deve ser.



- Vamos agora considerar o caso de uma onda plana incidindo num meio material.



O que vai acontecer aqui é que o campo $\vec{E}$ vai acelerar as cargas no material com uma força $\vec{F} = q\vec{E}_F = qE_0 e^{i\omega(t-\frac{x}{c})}\hat{y}$

Se o material está em $x=0 \Rightarrow \vec{F} = qE_0 e^{i\omega t}\hat{y}$

Se considerarmos as cargas como osciladores harmônicos, temos um problema que já resolvemos em F228:

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -Ky + F \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} + m\omega_0^2 y = F = qE_0 e^{i\omega t}$$

A solução desta equação é do tipo: $y(t) = y_0 e^{i\omega t}$

$$-m\omega^2 y_0 e^{i\omega t} + m\omega_0^2 y_0 e^{i\omega t} = qE_0 e^{i\omega t}$$

$$\Rightarrow y_0 = \frac{qE_0}{m(\omega_0^2-\omega^2)} \qquad \Rightarrow y(t) = \frac{qE_0}{m(\omega_0^2-\omega^2)} e^{i\omega t} \qquad \Rightarrow \text{ressonância}$$

$$v(t) = \frac{dy}{dt} = \frac{i\omega q E_0}{m(\omega_0^2-\omega^2)} e^{i\omega t}$$

Sendo assim, para um plano de cargas (material)

$$\vec{E}_M = \frac{-\eta q}{2\epsilon_0 c} \vec{v}_c\left(t-\frac{x}{c}\right) = \frac{-\eta q^2}{2\epsilon_0 c} \cdot \frac{i\omega E_0}{m(\omega_0^2-\omega^2)} e^{i\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)} \hat{y} \qquad (2)$$

Vamos guardar este resultado e pensar no índice de refração.

Revendo o desenho anterior, o campo no ponto P é dado por:

$$\vec{E}_P = \sum \vec{E} = \vec{E}_F + \vec{E}_M$$

Supondo que o efeito generalizado da presença do material seja causar um atraso na radiação, podemos calcular este atraso:

Sem o material: $t = \frac{\Delta x}{c}$ Com o material $t' = \frac{\Delta x}{v} = n\frac{\Delta x}{c}$

$$\Rightarrow \text{ATRASO: } \Delta t = n\frac{\Delta x}{c} - \frac{\Delta x}{c} = (n-1)\frac{\Delta x}{c}$$

Ou seja, o campo em P tem a forma: $\vec{E}_p = \vec{E}_0 e^{i\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)}$

mas t deve ser substituído por $t - \Delta t$

$$\Rightarrow \vec{E}_p = E_0\, e^{i\omega\left(t-\Delta t-\frac{x}{c}\right)}\hat{j} = E_0\, e^{-i\omega\Delta t}\, e^{i\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)}\hat{j}$$

$$e^{-i\omega\Delta t} = e^{-i\omega(n-1)\frac{\Delta x}{c}}$$

Se o material é estreito comparado com as dimensões do problema: $\Delta x << \lambda$

$$\Rightarrow e^{-i\omega(n-1)\frac{\Delta x}{c}} \approx 1 - i\omega(n-1)\frac{\Delta x}{c} \qquad e^{x} \approx 1+x$$

$$\Rightarrow \vec{E}_p = \Big[\underbrace{E_0\, e^{i\left(\omega t-\frac{x}{c}\right)}}_{\vec{E}_F} - \underbrace{i\omega(n-1)\frac{\Delta x}{c}\, E_0\, e^{i\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)}}_{\vec{E}_M}\Big]\hat{j}$$

comparando com (2) temos:

$$-\frac{\eta q^2}{2\varepsilon_0 \cancel{c}}\,\frac{i\omega}{m(\omega_0^2-\omega^2)} = -i\omega(n-1)\frac{\Delta x}{\cancel{c}} \Rightarrow n = 1 + \frac{\eta q^2}{2\varepsilon_0 \Delta x}\,\frac{1}{m(\omega_0^2-\omega^2)}$$

Se o nº de cargas por unidade de volume é $N \Rightarrow \eta = N\cdot\Delta x$

$$\boxed{\Rightarrow n(\omega) = 1 + \frac{Nq^2}{2\varepsilon_0 m}\,\frac{1}{(\omega_0^2-\omega^2)}} \Rightarrow \text{DISPERSÃO CROMÁTICA}$$

$N, m, \omega_0 \Rightarrow$ parâmetros do material $\Rightarrow n$ depende do material

$\omega_{AZUL} > \omega_{VERMELHO} \Rightarrow n(\omega_{AZUL}) > n(\text{vermelho})$

Pela lei de Snell: $\operatorname{sen}\theta_1 = n(\omega)\operatorname{sen}\theta_2 \Rightarrow \operatorname{sen}\theta_2 = \frac{1}{n(\omega)}\operatorname{sen}\theta_1$

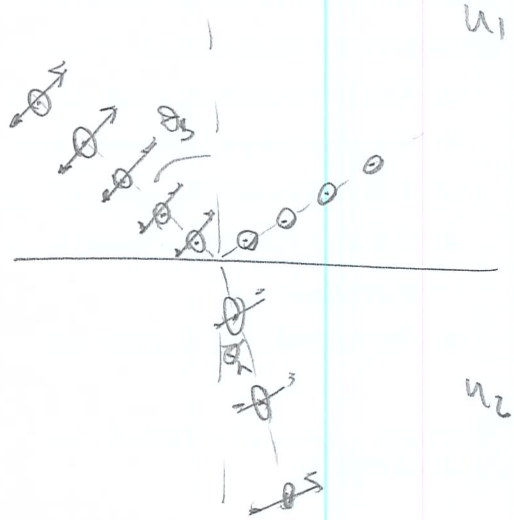
$\Rightarrow \theta_2^{AZUL} < \theta_2^{VERMELHO.} \Rightarrow$ DISPERSÃO PRISMA.

ARCO IRIS

POLARIZAÇÃO POR REFLEXÃO

Em alguns casos, em particular, para um determinado ângulo, uma das polarizações da luz pode diminuir muito, ou quase ir para zero.

Este ângulo é o ângulo de Brewster.



Neste caso, observa-se experimentalmente que

$$\theta_B + \theta_R = 90^\circ$$

$$n_1 \sin\theta_B = n_2 \sin(90 - \theta_B)$$

$$= n_2 \cos\theta_B$$

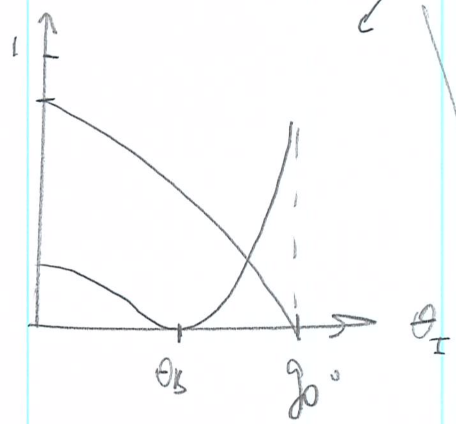
$$\Rightarrow \operatorname{tg}\theta_B = \frac{n_2}{n_1}$$

Se o meio 1 for ar

$$\Rightarrow \operatorname{tg}\theta_B = n \quad \Rightarrow \boxed{\theta_B = \operatorname{arctg} n}$$

Figura do ângulo de Brewster

↳ Luz polarizada no plano de incidência ⇒



Para ver isso tem que fazer vetorial! Vai em eletromag no retorno.