Notas de aula
Física Geral 4 – F 428

Odilon D. D. Couto Jr.

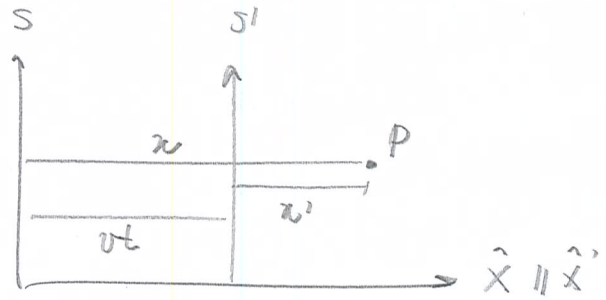
Instituto de Física "Gleb Wataghin"
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP
Departamento de Física da Matéria Condensada

http://sites.ifi.unicamp.br/odilon

AULA 05 - RELATIVIDADE

Relatividade é o estudo da cinemática e dinâmica olhadas a partir de referenciais em movimento.

TRANSFORMAÇÃO DE GALILEU.



$$x = x' + vt$$
$$y = y'$$
$$z = z'$$
$$t = t'$$

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

$t' = t$ → tempo é o mesmo / Não se conecta com espaço.

$$V' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'}{dt} = V - v$$ → soma das velocidades.

$$a' = \frac{dV'}{dt'} = \frac{dV'}{dt} = \frac{dV}{dt} = a$$ se $v = cte$ ⇒ $F' = F$ → 2ª lei de Newton é invariante sob transformação de Galileu.

Implicação: $c' = c - v$ ⇒ velocidade da luz dependeria do referencial.

⇒ Michelson-Morley tentaram medir: dentro da precisão experimental $\boxed{c = c'}$

c seria a velocidade da luz no éter, que seria um referencial ABSOLUTO, análogo a um meio material para ondas mecânicas.

- Além disso, percebeu-se que as eq. de Maxwell não eram invariantes sob transformação de Galileu.

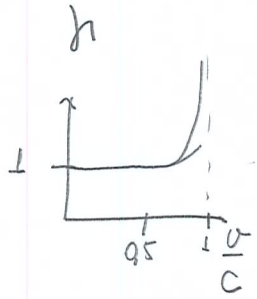
- A transf. de Galileu levava à previsões que não foram confirmadas experimentalmente

- Tentou-se modificar as eq. de Maxwell sem sucesso.

Lorentz no entanto provou que as eq. de Maxwell eram invariantes à seguinte transformação:

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma\left[t - \frac{v}{c^2}x\right] \end{cases}$$

- Transf. de Lorentz.
- $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$ fator de Lorentz
- $c \Rightarrow$ velocidade da luz.



- Aqui, espaço e tempo estão conectados
- Se colocamos S' na partícula $\Rightarrow v$ é a vel. da partícula.

Note que, se $v \ll c \Rightarrow \gamma \approx 1 \Rightarrow$ Recuperamos a transf. de Galileu!!!

Vamos agora ver o que acontece com as velocidades. Pela transformação:

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t)$$
$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x\right)$$

$$\Rightarrow V' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{\Delta x - v\Delta t}{\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x} = \frac{\frac{\Delta x}{\Delta t} - v}{1 - \frac{v}{c^2}\frac{\Delta x}{\Delta t}}$$

$$\Rightarrow \boxed{V' = \frac{V - v}{1 - \frac{v}{c^2}V}}$$

- Se $v \ll c \Rightarrow v' = v - v$

- Se vamos medir a velocidade da luz e $v = c$

$$\Rightarrow c' = v' = \frac{c - v}{1 - \frac{v}{c} \cdot c} = \frac{c - v}{c - v} \cdot c = c$$ $\Rightarrow$ Velocidade da luz é a mesma em todos os referenciais inerciais

Isso e as constatações experimentais levaram Einstein a enunciar seus 2 postulados:

1) A velocidade da luz no vácuo $c = 299792458$ m/s é a mesma em todas as direções e em todos os referenciais inerciais

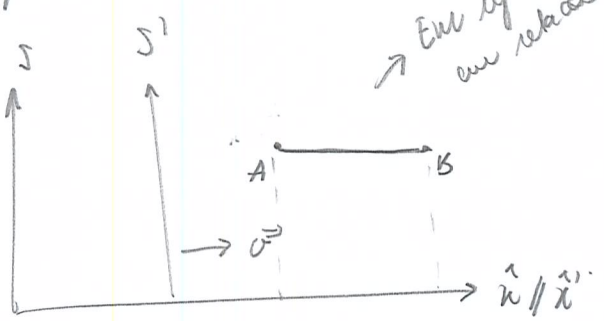
2) As leis da Física são as mesmas em qualquer referencial inercial.

1' $\Rightarrow$ A transformação correta é a de Lorentz.

Isso leva a algumas consequências.

CONTRAÇÃO DO ESPAÇO

Vamos comparar os resultados de uma mesma medida, realizada em dois referenciais inerciais.



$$x'_A = \gamma (x_A - v t_A)$$

$$x'_B = \gamma (x_B - v t_B)$$

$$L' = x_B' - x_A' = \gamma\left[x_B - x_A - v(t_B - t_A)\right] = \gamma\left[L - v(t_B - t_A)\right]$$

Mas, para medir L, o observador em S tem que fazê-lo no mesmo instante $\Rightarrow t_B = t_A$

$$\Rightarrow L' = \gamma L \Rightarrow \boxed{L = \frac{1}{\gamma} L'} \Rightarrow L < L'$$

$$\Rightarrow \boxed{L_{MOVIMENTO} < L_{REPOUSO}} \Rightarrow \text{CONTRAÇÃO DO ESPAÇO}$$

$\Rightarrow$ A barra encolhe? NÃO. O movimento afeta o resultado da medida.

$L_{REPOUSO} \equiv$ COMPRIMENTO PRÓPRIO.

DILATAÇÃO DO TEMPO

Consideremos agora dois eventos que ocorrem no mesmo lugar em S', apenas separados por um instante de tempo.

$$\Rightarrow x_A' = x_B' \qquad t_A' \neq t_B'$$

$$x_B' - x_A' = \gamma\left([x_B - x_A] - v(t_B - t_A)\right) \Rightarrow x_B - x_A = v(t_B - t_A)$$

$$t_B' - t_A' = \gamma\left[(t_B - t_A) - \frac{v}{c^2}(x_B - x_A)\right] = \gamma\left[1 - \frac{v^2}{c^2}\right](t_B - t_A) = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\,(t_B - t_A) = \frac{1}{\gamma}(t_B - t$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta t' = \frac{1}{\gamma}\Delta t} \Rightarrow \Delta t' < \Delta t$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta t_{REPOUSO} < \Delta t_{MOVIMENTO}}$$

$\hookrightarrow$ tempo próprio

DAR EXEMPLO DO TREM EM MOVIMENTO

OU DO BARGUINHO EM FÍSICA CLÁSSICA

A dilatação do tempo pode ser verificada experimentalmente.

Decaimento do MUON.

No lab: MUON em repouso: $\Delta t' = 2{,}2\,\mu s$

Na atmosfera: $\Delta t = \gamma \Delta t'$ $\quad v = 0{,}9994c \Rightarrow \gamma \sim 28{,}9$

$\Rightarrow \Delta t = 28{,}9 \times 2{,}2 = 63{,}5\,\mu s \Rightarrow$ observado experimentalmente.

SIMULTANEIDADE

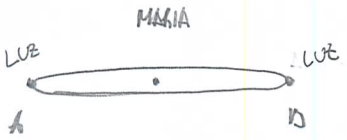
Neste caso, simultaneidade também passa a ser um conceito relativo.

$$\Delta t' = t_B' - t_A' = \gamma\left[(t_B - t_A) - \frac{v}{c^2}(x_B - x_A)\right]$$

Se observados são simultâneos em $S \Rightarrow t_B - t_A = 0$

$\Rightarrow \Delta t' = -\frac{v}{c^2}(x_B - x_A) \Rightarrow$ Há um atraso ou adiantamento no referencial S'.

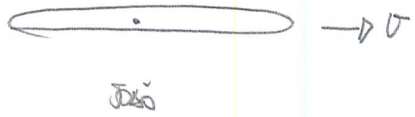
Exemplo: 2 naves em paralelo.



Para Maria, as luzes são emitidas no mesmo instante

$\Delta t = 0$

Para João: $\Delta t' = -\frac{v}{c^2}(x_B - x_A) = t_B - t_A < 0$



$\Rightarrow$ B ocorre 1º do que A.

POSTULADOS DE EINSTEIN

1 – As leis da física são as mesmas em qualquer referencial inercial

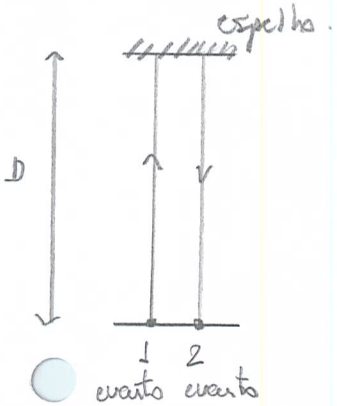
2 – A velocidade da luz no vácuo $c = 299792458$ m/s é a mesma em todas as direções e em todos os referenciais inerciais.

RELATIVIDADE DO TEMPO

Consideremos o problema da reflexão em um espelho visto em dois referenciais que se distanciam com velocidade v.

João → plataforma. Maria → trem (v)

Maria chega às seguintes conclusões



No referencial de Maria: $\Delta t' = \frac{2D}{c}$

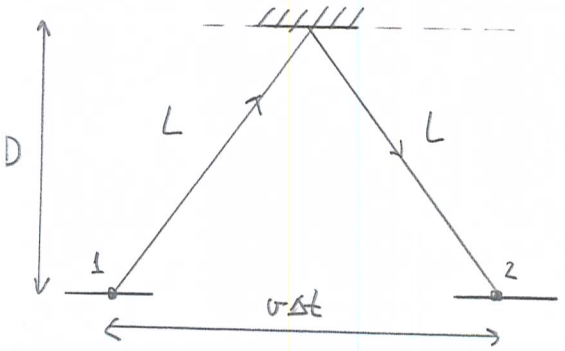
Neste referencial os eventos ocorrem no mesmo ponto:

$$\Delta x' = x_2' - x_1' = 0$$

$\Delta t'$ é chamado de tempo próprio

⇒ Preciso de apenas um relógio para medir $\Delta t'$

No referencial de João:



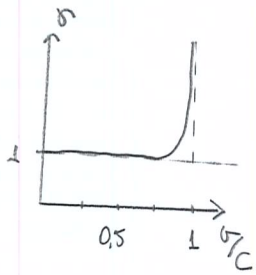
$$\Delta t = \frac{2L}{c}$$

$$L^2 = D^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2$$

$$\frac{c^2}{4}\Delta t^2 = \frac{c^2}{4}\Delta t'^2 + \frac{v^2}{4}\Delta t^2$$

$$\Delta t^2 = \frac{c^2}{c^2 - v^2} \Delta t'^2 \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \Delta t' \Rightarrow \boxed{\Delta t = \gamma \Delta t'}$$

Como $\gamma > 1 \Rightarrow \Delta t > \Delta t' \Rightarrow$ Intervalo entre 1 e 2 é maior para João ("parado") do que para Maria.



Esse resultado parece estranho, mas foi verificado experimentalmente:

DECAIMENTO DE MUÕNS

No lab: $1 = 2$ $\Delta x' = 0$ como $v = 0 \Rightarrow \Delta t = \Delta t' \simeq 2{,}2\,\mu s$

Na atmosfera:

$v \simeq 0{,}9994c \Rightarrow \gamma \simeq 28{,}9$

$\Rightarrow \Delta t = \gamma \Delta t' = 28{,}9 \times 2{,}2 = 63{,}5\,\mu s$. $\Rightarrow$ que está dentro da margem de erro do experimento.

RELATIVIDADE DA DISTÂNCIA

Suponhamos agora que João queira medir o tamanho da plataforma.

No referencial:

$L_0 = v\Delta t$ onde $\Delta t = t_2 - t_1$ é o tempo que Maria demora para passar a plataforma

OU AINDA

$L = L_0 \Rightarrow L = v\Delta t$ L_0 é chamado de comprimento próprio (ou de repouso).

Para Maria o comprimento da plataforma é $L' = v\Delta t'$

$\Delta t' = t_2' - t_1'$ é o tempo de atravessar a plataforma, no referencial de Maria.

$$\frac{L'}{L} = \frac{L'}{L_0} = \frac{v\Delta t'}{v\Delta t} = \frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{1}{\gamma} \Rightarrow \boxed{L = \frac{L_0}{\gamma}}$$ ou $L' = \frac{L}{\gamma} \Rightarrow \boxed{L = \gamma L'}$

↳ João também mede um comprimento maior

- Maria mede um tamanho menor para a plataforma.
- Isso é uma consequência da relatividade do Tempo
- A plataforma realmente encolhe?

Não. O que acontece é que o movimento afeta o resultado da medida de Maria

⇒ É uma consequência da não simultaneidade do processo de medição.

TRANSFORMAÇÃO DAS VELOCIDADES

Vamos agora olhar para os deslocamentos e intervalos previstos pela transformação de Lorentz.

Se $\Delta x = x_2 - x_1$ $\quad \Delta x' = x_2' - x_1'$

$$x' = \gamma(x - vt)$$
$$t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$$

$$\Rightarrow \Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t)$$
$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x\right)$$

As conclusões anteriores estão embutidas aqui.

Para o problema do laser, no ref. de Maria: $\Delta x' = 0$

$$\Rightarrow \Delta x = v\Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{v}{c^2}v\Delta t\right) = \gamma\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\Delta t = \frac{1}{\gamma}\Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta t = \gamma\Delta t' \Rightarrow \text{dilatação do tempo.}$$