F689 Mecânica Quântica
Turma B
1^o Semestre de 2015
Lista 2

1. Uma partícula clássica está confinada entre duas paredes infinitas em x=0 e x=a. A partícula tem velocidade não nula e colide elasticamente com as paredes.

   (A) Quais são os possíveis valores da energia da partícula clássica?

   (B) Qual é a probabilidade clássica de encontrar a partícula entre x e x+dx?

   (C) Compare as distribuições de encontrar a partícula entre x e x+dx classicamente e quanticamente para n=1 e para n>> 1. Quais são as diferenças para pequenos valores de n e grande valores de n da distribuição quântica e da clássica ? Você pode usar a solução do Griffiths sem deduzir-la.

2. Dada a funcção de onda

$$\psi(x) = \begin{cases} N & -\frac{a}{2} < x < \frac{a}{2} \\ 0 & \text{qualquer outro valor} \end{cases}$$

   (A) Calcule a normalização N e o valor esperado de $\langle x \rangle$.

   (B) Calcule a transformada de Fourier desta função. ϕ (k) conforme fórmula Eq. 2.103 do Griffiths.

   (C) Assuma que podemos definir o valor esperado do momento como

$$\langle p \rangle = \int \phi^*(k)\hbar k \phi(k) dk \quad \langle p^2 \rangle = \int \phi^*(k)\hbar^2 k^2 \phi(k) dk \tag{1}$$

   Calcule explicitamente o valor esperado do momento e do momento ao quadrado usando a resposta do item (B). O Valor esperado do momento quadrado, $\langle p^2 \rangle$ tem sentido?

3. Griffiths 2.22.
   Uma partícula livre tem a função de onda no instante t=0

$$\Psi(x,0) = Ae^{-ax^2} \tag{2}$$

   onde A e a são constantes e a é uma constante real e positiva.

   (A) Normalize $\Psi(x,0)$.

   (B) Determine $\Psi(x,t)$. Dica: Integrais na forma

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(ax^2+bx)} dx \tag{3}$$

   podem ser feitas *completando o quadrado*. Seja $y \equiv \sqrt{a}\,(x + b/2a)$ e note que $(ax^2 + bx) = y^2 - b^2/4a$. Resposta

$$\Psi(x,t) = \left(\frac{2a}{\pi}\right)^{1/4} \frac{e^{-ax^2/d(t)}}{\sqrt{d(t)}} \tag{4}$$

   onde $d(t) \equiv 1 + 2i\hbar at/m$.

   (C) Calcule $|\psi(x,t)|^2$.
   Expresse a resposta em termos de $w \equiv \sqrt{\dfrac{a}{1+(2\hbar at/m)^2}}$.
   Desenhe $|\psi(x,t)|^2$ como função de x em t=0 e um grande valor de t. De forma qualitativa o que acontece com $|\psi(x,t)|^2$?

   (D) Determine $\langle x\rangle, \langle p\rangle, \langle x^2\rangle, \langle p^2\rangle, \sigma_x, \sigma_p$.
   Resposta parcial: $\langle p^2\rangle = a\hbar^2$.

   (E) O princípio de incerteza é válido neste caso? Em qual tempo o sistema fica proximo do limite do princípio de incerteza?

4. Griffiths 2.5.
   Uma partícula no poço infinito tem como estado inicial uma mistura entre os dois primeiros estados estacionários:

$$\Psi(x,0) = A(\Psi_1(x) + \Psi_2(x)) \tag{5}$$

   (A) Normalize $\Psi(x,0)$. Lembre que se você normalizar em t=0 a funcção de onda fica normalizada para $\forall$ t.

(B) Encontre $\Psi(x,t)$ e $|\Psi(x,t)|^2$.

(C) Determine $\langle x \rangle$. Qual é a frequência de oscilação? Qual é a amplitude de oscilação?

5. Versão modificada do Exemplo 2.2 do Griffiths. Dada a função de onda

$$\Psi(x,0) = Ax(a-x) \tag{6}$$

como condição inicial das soluções do poço infinito. Ache os primeiros coeficientes c_n for n=1,2 e 3.

(A) No instante $t_0 > 0$ foi medido que o sistema estava no estado de energia E_3 que corrresponde a energia do estado n=3. Em um instante $t > t_0$ foi medido a energia do sistema. Qual o valor de c_n for n=1,2 e 3 neste instante?

6. Ache as soluções e as energias permitidas da Equação de Schroedinger sob ação do potencial V(x) =-$\alpha\delta(x)$. Você deve resolver todos os passos intermediários.

7. Descreva a função de onda para quaisquer valores de x para o potencial V(x) mostrado abaixo. Assuma que a energia E< V_0. Você deve descrever se é um estado ligado ou um estado de espalhamento, e se possue soluções evanescentes. Não é necessário calcular a função de onda.

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & 0 < x < a \\ 0 & \text{qualquer outro valor} \end{cases}$$