F689 Mecânica Quântica
Turma B
1^o Semestre de 2015
Lista 3

1. Griffiths 3.5
   O conjugado hermitiano (ou adjunto) de um operador $\hat{Q}$ é o operador $\hat{Q}^\dagger$ tal que

   $$\left\langle f \left| \hat{Q} \right| g \right\rangle = \langle f \left| Q \right| g \rangle = \left(\langle g \left| A \right| f \rangle\right)^*$$

   Um operator Hermitiano é tal que $Q^\dagger = Q$.

   (A) Encontre os conjuadores hermitianos de x,i, e de d/dx.

   (B)

2. Griffiths 3.10 modificado
   O estado fundamental do poço infinito é um autoestado de momento? Qual é o momento médio? É um autoestado de energia?

3. No espaço de vetores bidimensional a matrix σ_y numa base $(|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |2\rangle == \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},)$ é dado por

   $$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

   (A) É este operador Hermitiano? Calcule os autovalores e autovetores na base $(|1\rangle, |2\rangle)$.

   (B) Calcule as matrizes que representam os projetores dos autovetores.

   (C) Mostre que

   $$e^{i\alpha\sigma_y} = I\cos\alpha + i\sigma_y \sin\alpha$$

4. Cohen H_{II}-Exercício 1:
Sejam $|\phi_n\rangle$ os autovetores do operador Hamiltoniano H. Assuma que os estados $|\phi_n\rangle$ formam uma base ortogonal discreta. Definimos o operador $U(m,n) = |\phi_m\rangle \langle\phi_n|$.

   (A) Calcule o adjunto de $U(m,n)$.

   (B) Calcule o comutador do operador Hamiltonino com $U(m,n)$, $[\,H, U(m,n)\,]$.

   (C) Calcule o traço de $U(m,n)$.

   (D) Mostre que $A = \sum_{m,n} A_{mn} U(m,n)$.

5. Griffiths 3.37
O Hamiltoniano de um certo sistema de três níveis é representado pela matrix

$$H = \begin{pmatrix} a & 0 & b \\ 0 & c & 0 \\ b & 0 & a \end{pmatrix}$$

onde a,b,c são reais e $c \neq a \pm b$.

   (A) Se sistema começa no estado

$$|s(t=0)\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

qual é o estado $|s(t)\rangle$?

   (B) Se o sistema começa no estado

$$|\psi(t=0)\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

6. Griffiths 3.38
O Hamiltoniano de um sistema de três níveis é representado pela matrix

$$H = \hbar w \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

e tem dois observáveis A e B representados por

$$A = \lambda \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

e

$$B = \mu \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

onde w, λ, μ são reais e positivos.

(A) Encontre os autovalores e autovetores normalizados de H, A e B.

(B) Suponha que o sistema começa no estado

$$|\psi(t=0)\rangle = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}$$

que é um estado normalizado. Encontre os valores esperados de H, A e B em t=0.

(C) Qual é o estado $|\psi(t)\rangle$? Se você medir a energia no tempo t que valores você pode ter? Qual é a probabilidade de obter cada um destes valores?