UNICAMP

NO REFERENCIAL C.M, DO PROCESSO $AB \to CD$ TEMOS,

$$dQ = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_C + p_D - p_A - p_B) \frac{d^3p_C}{(2\pi)^3 2E_C} \frac{d^3p_D}{(2\pi)^3 2E_D}$$

USANDO ~~UMA~~ A DELTA $\delta^{(3)}(\vec{p}_C + \vec{p}_D - \vec{p}_A - \vec{p}_B)$, ENTÃO

$$\vec{p}_C + \vec{p}_D = \vec{p}_A + \vec{p}_B$$

$$dQ = \frac{(2\pi)^4}{(2\pi)^3} \frac{d^3p_C}{(2\pi)^3 2E_C} \frac{1}{2E_D} \delta^{(0)}(p_C^0 + p_D^0 - p_A^0 - p_B^0)$$

$$\delta^{(0)}(E_C + E_D - E_A - E_B)$$

INTEGRAL DE FUNÇÃO DELTA

$$\int \delta(g(x))\,dx = \sum_i \frac{\delta(x - x_i)}{|g'(x_i)|}$$

ONDE x_i SÃO AS RAÍZES DE $g(x_i) = 0$

~~NESTE CASO~~ $d^3p_C = |p_C|^2 \, d|p_C| \, d\Omega$ $\quad |\vec{p}_C|$

$$\int \frac{dp_C \, p_C^2 \, d\Omega}{(2\pi)^2 \, 2E_C \, 2E_D} \delta^{0}(E_C + E_D - E_A - E_B)$$

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

$$g(p_c) = \sqrt{p_c^2 + m_c^2} + \sqrt{p_D^2 + m_D^2} - E_A - E_B$$

$$\uparrow$$

$$p_A + p_B - p_c$$

$$g(p_c) = 0 \Rightarrow \cancel{E_c + E_D = E_A + E_B}$$

$$\int \frac{p_c^2 \, dp_c}{2E_C 2E_D} \delta^0(E_C + E_D - E_A - E_B)$$

$$E_C^2 = p_C^2 + m_C^2$$

$$2E_C dE_C = 2p_C dp_C$$

$$\int \frac{E_C dE_C \sqrt{E_C^2 - m_C^2} \, \delta^{(0)}(E_C + E_D - E_A - E_B)}{2E_C 2E_D}$$

NÃO PORQUE NA ESTA ROTA.

$$\downarrow$$

$$E_D^2 = (p_A + p_B - p_C)^2 + m_C^2$$

$$g'(p_c) = \frac{2p_c}{\sqrt{p_c^2 + m_c^2}} + \frac{(-1)\, p_D}{\sqrt{p_D^2 + m_D^2}} = \frac{p_c}{E_C} + \frac{p_D}{E_D} = \frac{p_D(E_D + E_C)}{E_C E_D}$$

$$\int \frac{p_c^2 \, dp_c}{2E_C 2E_D} \frac{1}{\left| \frac{p_c}{E_C} - \frac{p_D}{E_D} \right|} \qquad \frac{d}{dp_c} \sqrt{(p_A + p_B - p_c)^2 + m_B^2} =$$

$$\frac{(1/2)\, 2(p_0 - 1)}{\sqrt{}}$$

ENTÃO

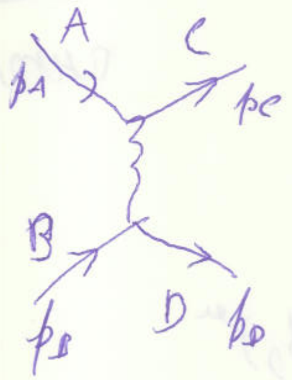
$$\Gamma(A \to 1+2) = \frac{p_1}{32\pi^2 m_A} \int |M|^2 d\Omega$$

UNICAMP

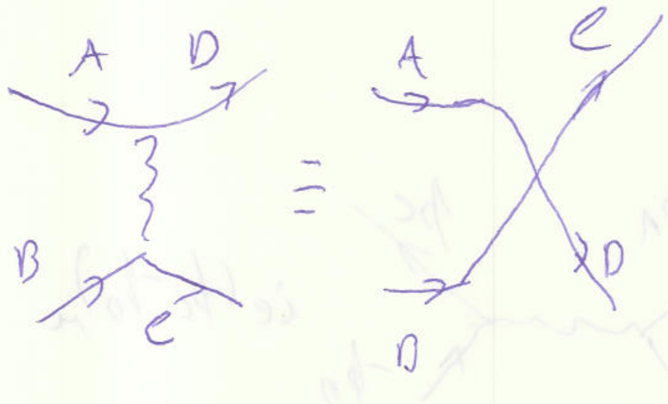
SEÇÃO 4.5 DO HALZEN

ESPALHAMENTO ELETRON-ELETRON { PARTÍCULAS IDÊNTICAS NO ESTADO INICIAL/FINAL

NESTE CASO ALÉM DO DIAGRAMA



PODEMOS TER OUTRO DIAGRAMA TROCANDO C↔D (A↔B)



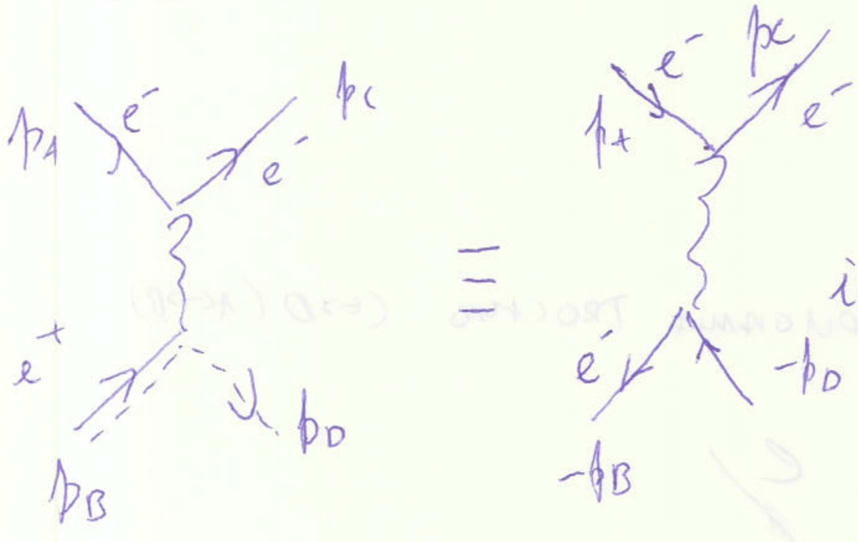
QUAL DIAGRAMA USAR? AMBOS POIS NÃO PODEMOS DISCRIMINAR COMO FOI FEITO O ESPALHAMENTO.

$$-i\mathcal{M} = \Big[(+ie)(p_A+p_C)^{\mu}\left(\frac{-ig_{\mu\nu}}{(p_D-p_B)^2}\right)(+ie)(p_B+p_D)^{\nu}$$

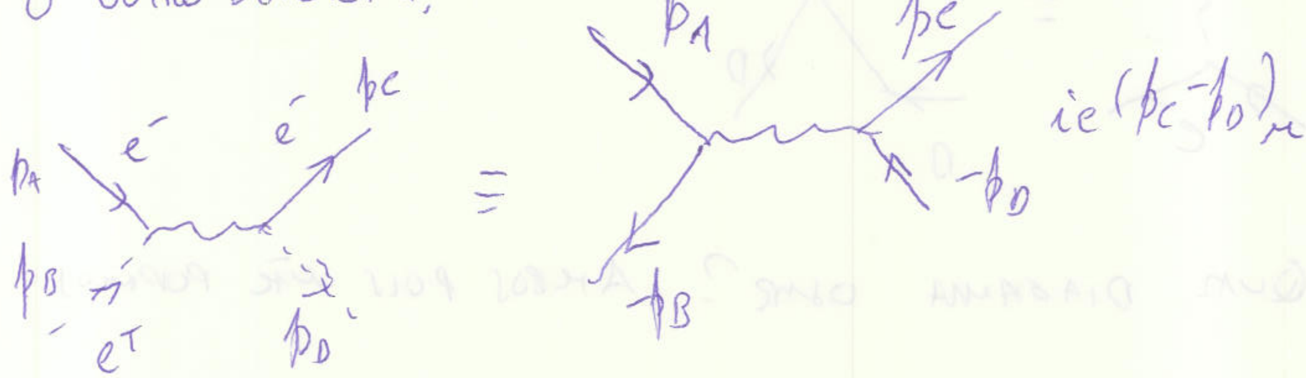
$$+ (+ie)(p_A+p_D)^{\mu}\left(\frac{-ig_{\mu\nu}}{(p_C-p_B)^2}\right)(+ie)(p_B+p_C)^{\nu}\Big]$$

O PROCESSO DE ESPALHAMENTO ELETRON-POSITRON OU ESPALHAMENTO BHABHA

$e^+e^- \to e^+e^-$



E O OUTRO DIAGRAMA,



UNICAMP

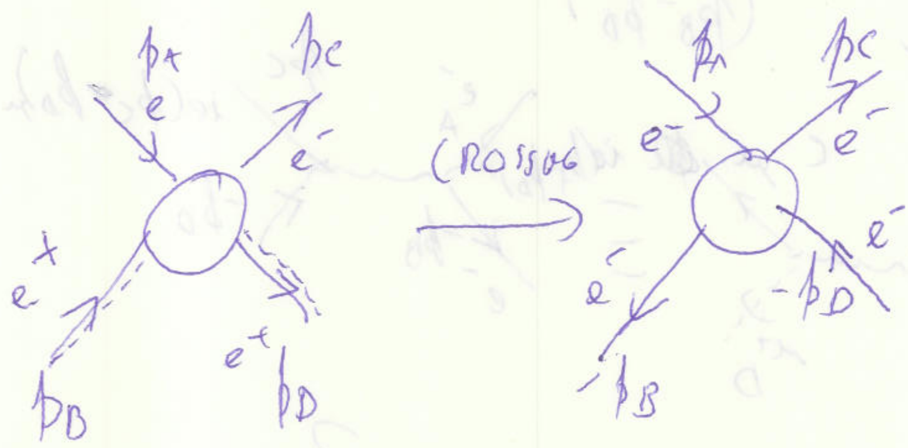
ENTÃO PODEMOS ESCREVER

IDÊNTICO

$$-i\mathcal{M}_{e^+e^-} = \Big\{ ie\,(-p_D-p_B)^\mu \left(\frac{-ig_{\mu\nu}}{(-p_D+p_B)^2}\right) \boxed{ie\,(p_A+p_C)^\nu}$$

$$+\; ie\,(p_A-p_B)^\mu \left(\frac{-ig_{\mu\nu}}{(p_C+p_B)^2}\right)(-p_D+p_C)^\nu \Big\}$$

OU PODEMOS USAR O CROSSING



$$\mathcal{M}_{e^-e^+\to e^-e^-}(p_A, p_B, p_C, p_D) = \mathcal{M}_{e^-e^-\to e^-e^-}(p_A, -p_D, p_C, -p_B)$$

~~ABCD~~ $A\bar{D}\to C\bar{B}$ $\qquad$ $AB\to CD$

Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 Campinas SP Brasil

Telefone: PABX (0192) 39-1301
Telex: (019) 1150

ESTA EXPRESSÃO É <u>SIMÉTRICA</u> PELA TROCA DE DOIS ELÉTRONS $p_C \leftrightarrow -p_B$.

$e^-\mu^- \to e^-\mu^-$

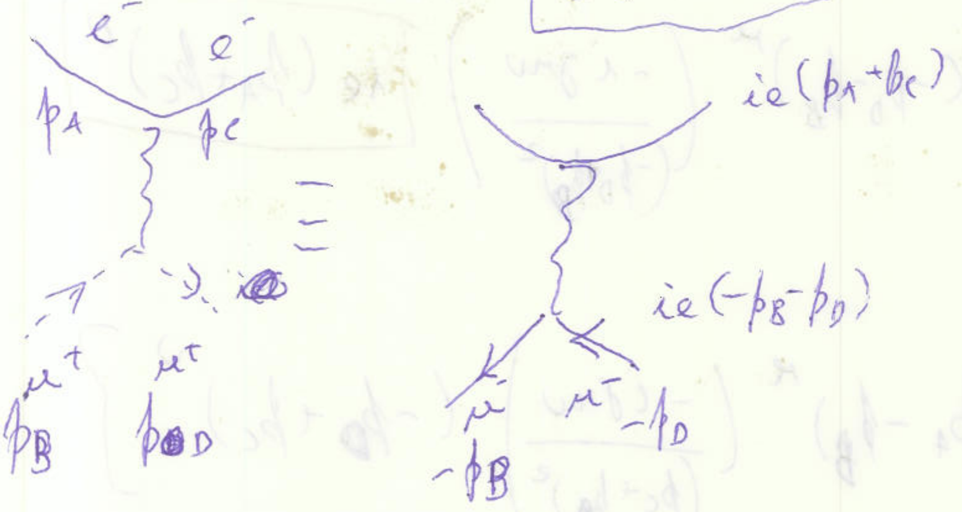
$A\,B \to C\,D$

1) $A\bar{D} \to C\bar{B}$

2) $A\bar{C} \to \bar{B}D$

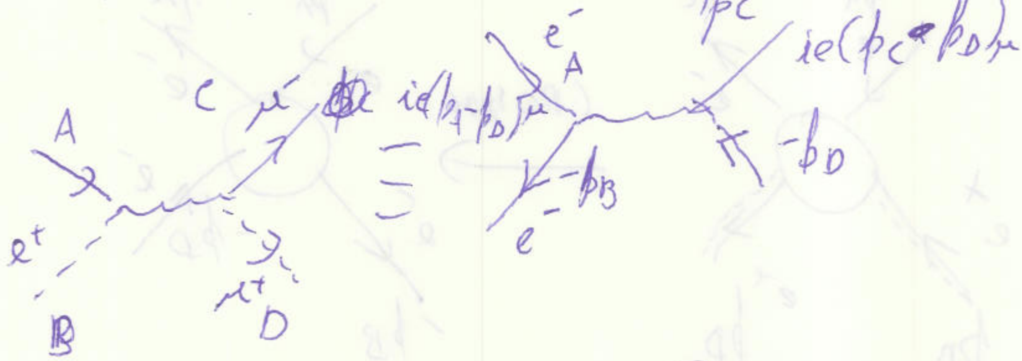
HALZEN PROCESSO

$$\boxed{\begin{array}{c} e^-\mu^+ \to e^-\mu^+ \\ e^-e^+ \to \mu^-\mu^+ \end{array}}$$



$$-i\mathcal{M}_{e^-\mu^+\to e^-\mu^+} = -i\left\{ \frac{-e^2 (p_A+p_C)_\mu (-p_B-p_D)^\mu}{(p_B-p_D)^2} \right\}$$

E $e^-e^+ \to \mu^-\mu^+$



$$-i\mathcal{M}_{e^-e^+\to\mu^-\mu^+} = -i\left\{ \frac{-e^2 (p_A-p_B)^\mu (p_C-p_D)_\mu}{(p_C+p_D)^2} \right\}$$

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA GLEB WATAGHIN

DRCC-IFGW

AS VARIÁVEIS DE MANDELSTAM ~~[illegible]~~ SÃO USADAS PARA ESCRE-VER A AMPLITUDE DE FORMA COVARIANTE. ESTAS VARIÁVEIS TEM DIFERENTES SIGNIFICADOS FÍSICOS.

EM GERAL DESCREVEMOS AS REGIÕES CINEMÁTICAS PERMITIDAS DA SEGUINTE FORMA. COMO AS TRÊS VARIÁVEIS TEM O VÍNCULO

$$s+t+u=\sum m_i^2$$

ENTÃO PODEMOS USAR UMA DESCRIÇÃO COM GRÁFICO BIDIMENSIONAL. NO CASO DE $AB\to CD$ COM TODAS AS PARTÍCULAS IGUAIS TEMOS

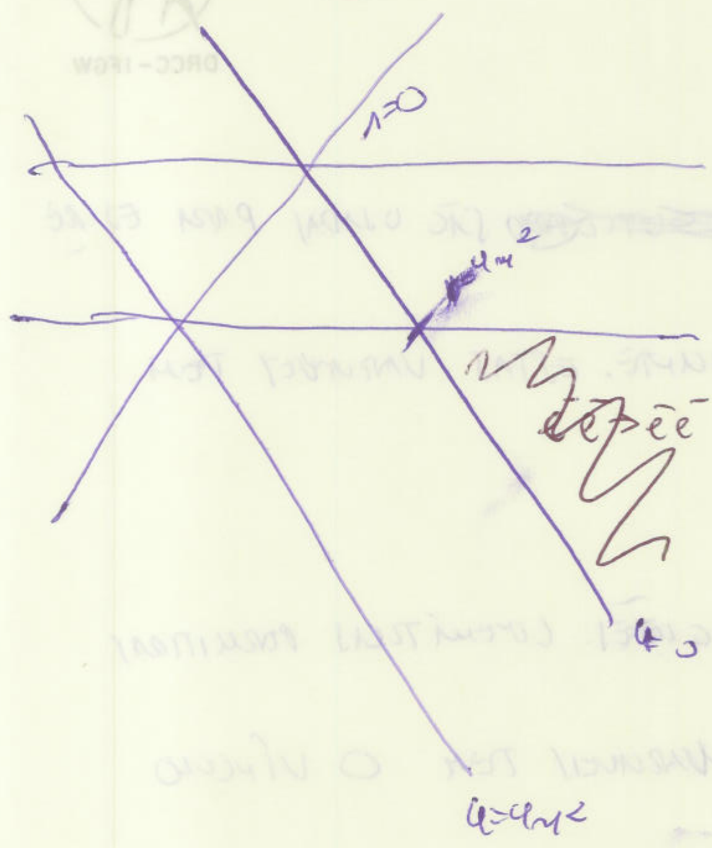
$$\boxed{s+t+u=4m^2}$$

NO CASO EM QUE $t=u=0$, ~~[illegible]~~ s OBTEM O VALOR ~~[illegible]~~ $s=4m^2$. PODEMOS MOSTRAR QUE NO CASO $e^-e^-\to e^-e^-$ $t+u<0$, PORTANTO $s=4m^2$ É O VALOR MÁXIMO.

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin-UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil

Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

PODEMOS FAZER O DIAGRAMA $(s+t+u=4m^2$



NO CASO DE $e^-e^-\to e^-e^-$ A REGIÃO CINEMÁTICA É.

EM GERAL OS PROCESSOS TEM MAIS DE UM DIAGRAMA,

COMO NO ESPALHAMENTO $e^-e^-\to e^-e^-$, ESTE PROCESSO É CHAMADO MOLLER

CONSIDERANDO UM PROCESSO QQ, $AB\to CD$ EXISTE UMA DIAGRAMA QUE s CORRESPONDE À $s=(E_{CM}^{TOT})^2$, NESTE CASO CHAMAMOS DE CANAL s, PODEMOS USAR

$$AB\to CD \begin{cases} e^-e^-\to e^-e^- \\ e^-e^+\to e^-e^+ \end{cases}$$

E O CANAL SERÁ O CANAL s. !!

Como

$s=(p_A+p_B)^2$ então no referencial CM, para partículas com massas iguais temos,

$$\boxed{s=(p_A+p_B)^2=(E_A+E_B)^2-(\vec{p}_A+\vec{p}_B)^2=(E_{CM}^{total})^2}$$

Como partículas com mesma massa $\vec{p}_A=-\vec{p}_B \Rightarrow E_A=E_B$

e $E_{CM}=E_A+E_B=2E_A$

Considerando $AB\to CD$ a reação $e^-e^+\to e^-e^+$.

Então este diagrama é o canal s.

Para este processo, $e^-e^+\to e^-e^-$

$$s=(p_A+p_B)^2=(E_{CM}^{total})^2$$

no sistema CM $\vec{p}_A=-\vec{p}_B$, $\vec{p}_C=-\vec{p}_D$

usando $|\vec{k}_i|=k$

$$s=\left(2(k^2+m^2)^{1/2}\right)^2=4(k^2+m^2)$$

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin - UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil

Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

$t = (p_A - p_C)^2 = (p_B - p_D)^2$

Como

$E_A + E_B = E_C + E_D$

$2E_A = 2E_C \Rightarrow E_A = E_C \Rightarrow |\vec{k}_f| = |\vec{k}_i|$

$E_A = E_D$

Assumindo

$\vec{k}_f \cdot \vec{k}_i = |k|^2 \cos\theta$

Então

$t = (p_A - p_C)^2 = \underbrace{(E_A - E_C)^2}_{0} - (\vec{p}_A - \vec{p}_C)^2$

$= -(\vec{p}_A^{\,2} + \vec{p}_C^{\,2} - 2\vec{p}_A \cdot \vec{p}_C)$

$$\boxed{t = -(k^2 + k^2 - 2k^2\cos\theta) = -2k^2(1-\cos\theta)}$$

$\vec{p}_D = -\vec{p}_C \qquad \vec{p}_A \cdot \vec{p}_D = -\vec{p}_A \cdot \vec{p}_C = -k^2\cos\theta$

Para u temos

$u = (p_A - p_D)^2 = \underbrace{(E_A - E_D)^2}_{0} - (\vec{p}_A - \vec{p}_D)^2 = -[k^2 + k^2 + 2k^2\cos\theta]$

$= -2k^2(1+\cos\theta)$

Portanto $s > 4m^2$, $t, u < 0$.

Para $\theta = 0 \rightarrow t = 0 \rightarrow$ espalhamento frontal

$\theta = \pi \rightarrow u = 0$ espalhamento traseiro

$s = 4(k^2 + m^2)$

$t = -2k^2(1-\cos\theta)$

$u = -2k^2(1+\cos\theta)$

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA GLEB WATAGHIN

DRCC - IFGW

OS PROCESSOS $A\bar{D} \to C\bar{B}$ e $\bar{D}B \to C\bar{A}$ SÃO O CANAIS u e t.

SE $AB \to CD$ CANAL s $A\bar{D} \to C\bar{B}$

$e^-e^+ \to e^-e^+$ $\qquad$ $e^-e^- \to e^-e^-$

DA RELAÇÃO ANTERIOR

$$\mathcal{M}_{e^-e^+\to e^-e^+}(p_A, p_B, p_C, p_D) = \mathcal{M}_{e^-e^-\to e^-e^-}(p_A, -p_D, p_C, -p_B)$$

A RELAÇÃO REVERSA É

$$\boxed{\mathcal{M}_{e^-e^-\to e^-e^-}(p_A, p_B, p_C, p_D) = \mathcal{M}_{e^-e^+\to e^-e^+}(p_A, -p_D, p_C, -p_B)}$$

$s = (p_A + p_B)^2 \longrightarrow s' = (p_A - p_D)^2$ AS VARIÁVEIS FICAM

$t = (p_A - p_C)^2 \longrightarrow t' = (p_A - p_C)^2$

$u = (p_A - p_D)^2 \longrightarrow u' = (p_A + p_B)^2$

ENTÃO A SIMETRIA DE CROSSING PODE SER INTERPRETADA COMO A TROCA DAS VARIÁVEIS DE MANDELSTAM.

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin - UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil

Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

NESTE CASO A REAÇÃO ORIGINAL ERA $\underset{A\ B\ \ \ C\ D}{e^-e^+ \to e^-e^+}$

COM VARIÁVEIS s, t, u QUE POR CROSSING SE

TRANSFORMAM NA REAÇÃO

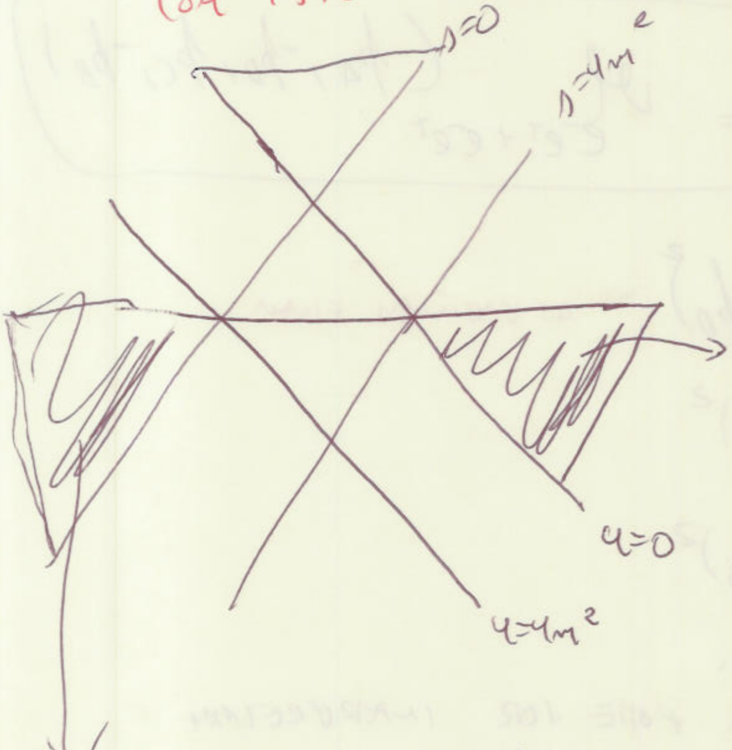
$$A\bar{D} \to C\bar{B}$$

NESTA LOCALIZAÇÃO

NOTE A ORDEM DAS VARIÁVEIS.

$$\boxed{\mathcal{M}_{e^-e^-\to e^-e^-}(s,t,u) = \mathcal{M}_{e^-e^+\to e^-e^+}(u,t,s)}$$

COM ISTO TEMOS



PROCESSO NO CANAL s
$AB \to CD$
$(e^-e^+ \to e^-e^+)$
TEMOS QUE $s = (E_{CM}^{TOT})^2$

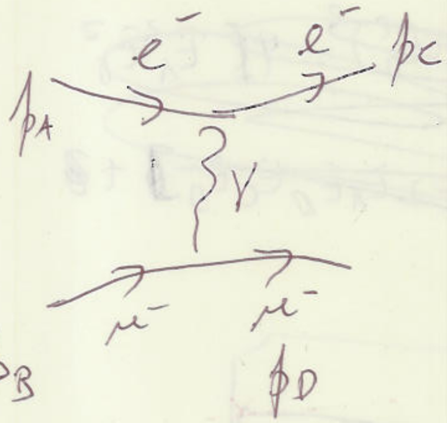
PROCESSO NO CANAL u { TEMOS QUE $u = (E_{CM}^{TOT})^2$

$e^-e^- \to e^-e^-$

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA
GLEB WATAGHIN

DRCC-IFGW

SE O PROCESSO DO CANAL s É $e^-\mu^- \to e^-\mu^-$

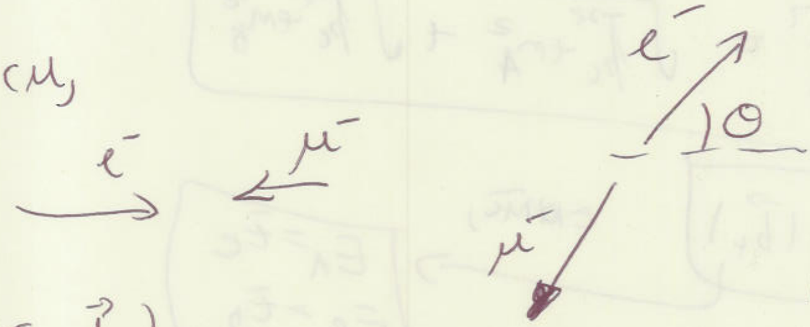


$s=(p_A+p_B)^2$

$t=(p_A-p_C)^2$ $\quad u+s+t=2(m_1^2+m_2^2)$

$u=(p_A-p_D)^2$

NO CM,



COMO $\vec{p}_B=-\vec{p}_A$

$E_A+E_B=E_C+E_D$

$p_A=(E_A,\vec{p}_A)$ $\quad p_C=(E_C,\vec{p}_C)$ $\quad \boxed{\sqrt{\vec{p}_A^{\,2}+m_1^2}+\sqrt{\vec{p}_A^{\,2}+m_2^2}=\sqrt{\vec{p}_C^{\,2}+m_1^2}+\sqrt{\vec{p}_C^{\,2}+m_2^2}}$

$p_B=(E_B,-\vec{p}_A)$ $\quad p_D=(E_D,-\vec{p}_C)$

$\cancel{p_A^2+m_A^2+p_A^2+m_B^2+2E_AE_B=E_C^2+E_D^2+2E_CE_D}$

$s=(p_A+p_B)^2=(E_A+E_B)^2$

$\cancel{2(E_AE_B-E_CE_D)=E_A^2+E_B^2+E_C^2+E_D^2}$

DE $t=(p_A-p_C)^2=(E_A-E_C)^2-(\vec{p}_A-\vec{p}_C)^2$

$\cancel{4(E_AE_B-E_CE_D)^2=[E_C+E_D][E_A+E_B]}$

$\cancel{[E_C+E_D]}$

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin-UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil

Tel.: (0192)39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192)39-3127

$$\cancel{\left(E_C^2+E_D^2-E_A^2-E_B^2\right)^2 = \left(2\left(E_AE_B-E_CE_D\right)\right)^2}$$

$$\cancel{\left(\sqrt{E_C^2+E_D^2}-\sqrt{E_A^2+E_B^2}\right)}$$

$$\cancel{\left(E_C^2+E_D^2\right)^2-2\left(E_A^2+E_B^2\right)\left(E_C^2+E_D^2\right)+\left(E_A^2+E_D^2\right)^2 = 4\left[E_A^2E_B^2+E_C^2E_D^2-2E_AE_BE_CE_D\right]}$$

$$\cancel{\left(E_C^2+E_D^2\right)^2+\left(E_A^2+E_B^2\right)^2-2}$$

$$\boxed{\sqrt{\vec{p}_A^{\,2}+m_A^2}+\sqrt{\vec{p}_A^{\,2}+m_B^2} = \sqrt{\vec{p}_C^{\,2}+m_A^2}+\sqrt{\vec{p}_C^{\,2}+m_B^2}}$$

SOLUÇÃO $\boxed{|\vec{p}_C| = |\vec{p}_A|}$ ENTÃO $\rightarrow$ $\boxed{\begin{array}{l} E_A = E_C \\ E_B = E_D \end{array}}$

$$t = (E_A-E_C)^2-(\vec{p}_A-\vec{p}_C)^2 = -2p^2(1-\cos\theta)$$

$$E_A = \sqrt{p_A^2+m_A^2}$$

E $s = (E_A+E_B)^2 =$

$$E_B = \sqrt{p_A^2+m_B^2}$$

$$\cancel{s = E_A^2+E_B^2+2E_AE_B = p_A^2+m_A^2+p_A^2+m_B^2+2E_AE_B+2m_Am_B}$$

$$s = (E_A+E_B)^2 > (m_A+m_B)^2$$

$$u = (p_A-p_D)^2 = (E_A-E_D)^2-(\vec{p}_A-\vec{p}_D)^2$$

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA GLEB WATAGHIN

$u + t = (E_A - E_D)^2$

(53)

DRCC - IFGW

$u = (E_A - E_D)^2 - (\vec{p}_A - \vec{p}_D)^2 = (E_A - E_D)^2 - (\vec{p}_A^{\,2} + \vec{p}_D^{\,2} - 2\vec{p}_A\vec{p}_D)$

$u = (E_A - E_D)^2 - \vec{p}_A^{\,2}(2 + 2\cos\theta) = (E_A - E_D)^2 - 2p_A^2(1 + \cos\theta)$

$(E_A - E_D)^2 = E_A^2 + E_D^2 - 2E_AE_D =$

$\left(\sqrt{p_A^2 + m_A^2} - \sqrt{p_A^2 + m_D^2}\right)^2$ $\boxed{(E_A - E_D)^2 - 4p_A^2 < u < (E_A - E_D)^2}$

$E_A^2 + E_B^2 - 2E_AE_B - 4p_A^2 = 2p_A^2 + m_A^2 - m_B^2 - 2E_AE_B - 4p_A^2$

$= -2p_A^2 + m_A^2 + m_B^2$

$u_{max} = (E_A - E_D)^2$

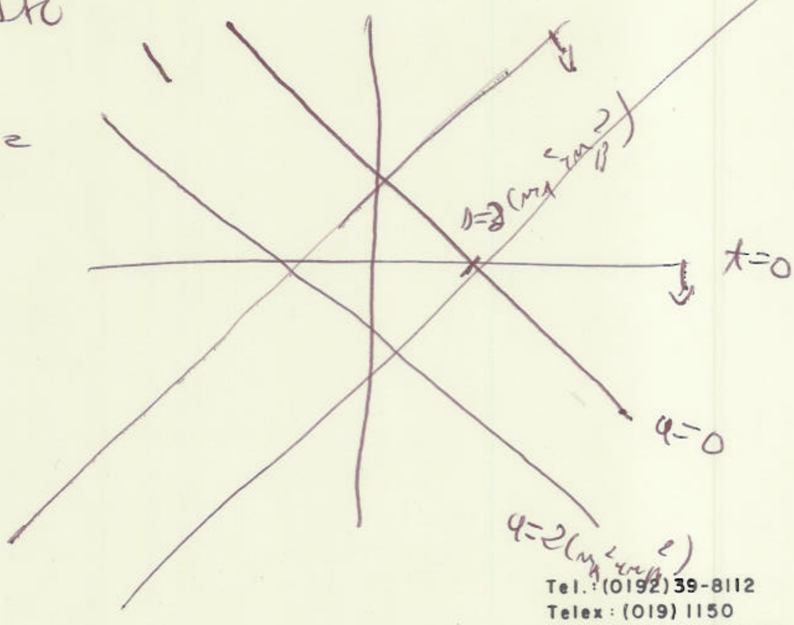
$s > (E_A + E_D)^2$

$u_{max}\, s = (E_A^2 - E_D^2)^2 = (p_A^2 + m_A^2 - p_A^2 - m_D^2)^2$

$= (m_A^2 - m_B^2)^2$

ENTÃO OS CONTORNOS SÃO

$$\begin{cases} us < (m_A^2 - m_B^2)^2 \\ t < 0 \end{cases}$$



Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin - UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil
Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FISICA
GLEB WATAGHIN

55

DRCC - IFGW

OBTIVEMOS ANTES QUE

$$\mathcal{M}_{e^-e^-\to e^-e^-}(s,t,u) = \mathcal{M}_{e^-e^+\to e^-e^+}(u,t,s)$$

PODEMOS

$$\boxed{\mathcal{M}_{e^-e^+\to e^-e^+}(s,t,u) = \mathcal{M}_{e^-e^-\to e^-e^-}(u,t,s)}$$

~~COM ISTO AGORA PODEMOS ESCREVER~~

VAMOS ESCREVER AS RELAÇÕES ANTERIORES EM TERMO DE

$$p_A + p_B = p_C + p_D$$

s, t e u.

$$-i\mathcal{M}_{e^-e^+} = -i\left[\frac{-e^2(p_A+p_C)_\mu(p_B+p_D)^\mu}{(p_D-p_B)^2} - e^2\frac{(p_A+p_D)_\mu(p_B+p_C)^\mu}{(p_C-p_B)^2}\right]$$

$$-i\mathcal{M}_{e^-e^+} = -i\left[\frac{-e^2(p_A+p_C)_\mu(-p_D-p_B)^\mu}{(p_D-p_B)^2} \quad \frac{-e^2(p_A-p_B)_\mu(-p_D+p_C)^\mu}{(p_C+p_D)^2}\right]$$

Departamento de Raios Cósmicos e Cronologia
Instituto de Física Gleb Wataghin-UNICAMP
Caixa Postal 6165 13.083-970 Campinas SP Brasil

Tel.: (0192) 39-8112
Telex: (019) 1150
Fax: (0192) 39-3127