

**F689 Mecânica Quântica**  
**Turma B**  
**1º Semestre de 2017**  
**Lista 1**

1. Uma padrão de difração com uma única fenda está em Padrão de um experimento com uma fenda. A figura representa os padrões de mínimos pela passagem de elétrons por uma fenda. Discuta e explique o seu raciocínio quando
  - (a) a largura da fenda é diminuída pela metade
  - (b) a energia cinética do elétron é diminuída pela metade
  
2. Quando um elétron passa por uma fenda simples, conforme Figura da questão anterior temos a figura de difração. Conforme discutido em sala de aula, o padrão da franja é dado pela fórmula  $\sin \theta = \frac{\lambda}{D}$ . Quando temos  $\lambda = D$  temos que  $\theta = 90$  graus e portanto a franja deve preencher todo o espaço a frente.
  - (a) Imagine uma constante de Planck maior do que o valor medido de tal modo que você ao entrar numa vão de 0.90 m de largura, com uma massa de 82kg e com velocidade de 0.50 m/s. Qual seria o valor desta constante de Planck neste mundo hipótetico para que uma pessoa conseguisse se ver com a imagem espalhada na tela toda (quando  $\theta = 90$  graus) ?
  
3. Ordem de grandeza
  - (a) O forno de microondas usa o comprimento de onda de 0.13nm. Qual é o momento de um fóton de microonda?
  - (b) Calcule o comprimento de de Broglie de
    - (b1) uma massa de 1g com velocidade de 1m/s
    - (b2) um elétron com energia de 200 eV
    - (b3) um elétron com energia de 50 GeV
    - (b4) o próton do experimento LHC com energia de 1.3 TeV.

(b5) o neutron, a partícula fundamental, quando tem velocidades não-relativísticas é chamado de neutron térmico. o neutron tem massa de  $1.6710^{-27}\text{kg}$  e a velocidade igual a energia térmica média corresponde a uma temperatura de  $300\text{K}$  ( $\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2}kT$ , onde  $m$  é a massa da partículas e  $k$  é a constante de Boltzmann).

4. No experimento de Davisson e Germer elétrons monoenergéticos são ejetados num cristal. Espalhamento intenso é medido quando os ângulos observados satisfazem a condição de Bragg:  $2d\sin\theta = n\lambda$ . Para cada mudança abaixo determine qual será a mudança nos ângulos  $\theta$  que fazem o espalhamento mais forte. Os ângulos  $\theta$  ficam maiores, menores ou permanecem o mesmo.
  - (a) O alvo é trocado por um outro cristal com a mesma estrutura mas cuja separação entre os cristais é menor que a primeiro cristal.
  - (b) A velocidade do elétron é diminuído.
  - (c) Os elétrons são trocados por neutrons, em que cada neutron tem a mesma energia cinética idêntica aos elétrons.
5. No experimento de duas fendas o que ocorre com a figura de interferência se
  - (a)  $\lambda \gg d$
  - (b)  $\lambda \ll d$
  - (c) Para os elétrons da Questão 3 qual é o distância entre as fenda que podemos observar a interferência? onde  $d$  é a separação entre as fendas.
6. Mostre que no espalhamento Compton a luz espalhada tem um comprimento de onda maior do que a luz inicial.
7. Uma pedra é solta de cima de um prédio. O comprimento de de Broglie aumenta, diminue ou fica o mesmo quando ele está caindo? Explique o raciocínio.
8. Seja um objeto com massa de  $100\text{ g}$  e velocidade de  $2,0\text{ m/s}$ . Seja que este objeto esteja numa caixa de  $1.5\text{m}$ .
  - (a) Qual é a incerteza no momento se a incerteza na posição é do tamanho da caixa?

(b) Seja um elétron confinado dentro de uma região de dimensões atômicas,  $\sim 10^{-10}$  m. Qual é a incerteza no momento?

(c) Repita para um próton confinado numa região de dimensões nucleares,  $\sim 10^{-14}$  m.

9. Imagine fazer o experimento com duas fendas com um anteparo situado após as fendas. Assista o vídeo após responder as questões.

(a) Assuma que é feito com bolas de gude e um anteparo macroscópico. Qual é a figura que aparece no anteparo?

(b) Assuma que é feito com ondas. Qual é a figura que aparece no anteparo?

(c) Assuma que é feito com elétrons com a separação entre as fendas é da ordem do comprimento de onda. Qual é a figura que aparece no anteparo?

Vídeo sobre o experimento de Duas Fendas

<https://www.youtube.com/watch?v=DfPeprQ7oGc>

10. Griffiths 1.4

No tempo  $t=0$  uma partícula é representada pela função de onda

$$\Psi(x, 0) = \begin{cases} Ax/a & 0 \leq x \leq a \\ A(b-x)/(b-a) & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{qualquer outro valor} \end{cases}$$

(A) Normalize a função de onda  $\Psi$ , i. e. , encontre A em função de a e b.

(B) Desenhe  $\Psi(x, 0)$  como função de x.

(C) Qual é a posição mais provável que a partícula ser encontrada em  $t=0$ ?

(D) Qual é a probabilidade de encontrar a partícula para valores menores de  $x=a$ ? Faça os casos limites  $b=a$  e  $b=2a$  e veja se o resultado tem consistência.

(E) Qual é o valor esperado de x?

11. Griffiths 1.5

Considera a função

$$\Psi(x, t) = Ae^{-\lambda|x|}e^{-i\omega t}$$

onde  $A$ ,  $\lambda$  e  $w$  são constantes reais e positivas.

(A) Normalize a função de onda  $\Psi$ .

(B) Determine o valor esperado de  $x$  e de  $x^2$ .

(C) Encontre o desvio padrão de  $x$ . Faça o gráfico de  $|\Psi|^2$  como função de  $x$  e indique os pontos ( $\langle x \rangle + \sigma$ ,  $\langle x \rangle - \sigma$ ) para ilustrar o sentido que  $\sigma$  representa a incerteza de  $x$ . Qual é a probabilidade de a partícula ser encontrada fora deste intervalo?

12. Seja o poço infinito. Em vez da solução dada na Equação 2.28 do Griffiths , página 32, assuma que a solução é

$$\psi(x) = Ce^{ikx} + D * e^{-ikx}$$

(A) Refaça o problema assumindo esta solução. Ache as energias e as funções de onda deste problema.

13. Griffiths 2.2

Mostre que  $E$  precisa ser maior do que o valor mínimo de  $V(x)$  para cada solução normalizável da equação de Schrodinger independente do tempo.

(a) Qual é o análogo clássico deste teorema?

(b) Reescreva a Equação 2.5 do Griffiths na forma,

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} = \frac{2m}{\hbar^2} (V(x) - E) \Psi$$

Se  $E < V_{\min}$  então  $\Psi$  e a segunda derivada precisam ter sempre o mesmo sinal, e argumente que tal função não pode ser normalizada.