

F689 Mecânica Quântica
Turma B
1º Semestre de 2017
Lista 2

1. Dada a função de onda

$$\psi(x) = \begin{cases} N & -\frac{a}{2} < x < \frac{a}{2} \\ 0 & \text{qualquer outro valor} \end{cases}$$

(A) Calcule a normalização N e o valor esperado de $\langle x \rangle$.

(B) Calcule a transformada de Fourier desta função. $\phi(k)$ conforme fórmula Eq. 2.103 do Griffiths.

(C) Assuma que podemos definir o valor esperado do momento como

$$\langle p \rangle = \int \phi^*(k) \hbar k \phi(k) dk \quad \langle p^2 \rangle = \int \phi^*(k) \hbar^2 k^2 \phi(k) dk \quad (1)$$

Calcule explicitamente o valor esperado do momento e do momento ao quadrado usando a resposta do item (B). O Valor esperado do momento quadrado, $\langle p^2 \rangle$ tem sentido?

2. Griffiths 2.22.

Uma partícula livre tem a função de onda no instante $t=0$

$$\Psi(x, 0) = A e^{-ax^2} \quad (2)$$

onde A e a são constantes e a é uma constante real e positiva.

(A) Normalize $\Psi(x, 0)$.

(B) Determine $\Psi(x, t)$. Dica: Integrais na forma

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(ax^2+bx)} dx \quad (3)$$

podem ser feitas *completando o quadrado*. Seja $y \equiv \sqrt{a}(x + b/2a)$ e note que $(ax^2 + bx) = y^2 - b^2/4a$. Resposta

$$\Psi(x, t) = \left(\frac{2a}{\pi}\right)^{1/4} \frac{e^{-ax^2/d(t)}}{\sqrt{d(t)}} \quad (4)$$

onde $d(t) \equiv 1 + 2i\hbar at/m$.

(C) Calcule $|\psi(x, t)|^2$.

Expresse a resposta em termos de $w \equiv \sqrt{\frac{a}{1 + (2\hbar at/m)^2}}$.

Desenhe $|\psi(x, t)|^2$ como função de x em $t=0$ e um grande valor de t . De forma qualitativa o que acontece com $|\psi(x, t)|^2$?

(D) Determine $\langle x \rangle, \langle p \rangle, \langle x^2 \rangle, \langle p^2 \rangle, \sigma_x, \sigma_p$.

Resposta parcial: $\langle p^2 \rangle = a\hbar^2$.

(E) O princípio de incerteza é válido neste caso? Em qual tempo o sistema fica próximo do limite do princípio de incerteza?

3. Griffiths 2.5.

Uma partícula no poço infinito tem como estado inicial uma mistura entre os dois primeiros estados estacionários:

$$\Psi(x, 0) = A(\Psi_1(x) + \Psi_2(x)) \quad (5)$$

(A) Normalize $\Psi(x, 0)$. Lembre que se você normalizar em $t=0$ a função de onda fica normalizada para $\forall t$.

(B) Encontre $\Psi(x, t)$ e $|\Psi(x, t)|^2$.

(C) Determine $\langle x \rangle$. Qual é a frequência de oscilação? Qual é a amplitude de oscilação?

4. Versão modificada do Exemplo 2.2 do Griffiths. Dada a função de onda

$$\Psi(x, 0) = Ax(a - x) \quad (6)$$

como condição inicial das soluções do poço infinito. Ache os primeiros coeficientes c_n for $n=1, 2$ e 3 .

(A) No instante $t_0 > 0$ foi medido que o sistema estava no estado de energia E_3 que corresponde a energia do estado $n=3$. Em um instante $t > t_0$ foi medido a energia do sistema. Qual o valor de c_n for $n=1, 2$ e 3 neste instante?

5. Assuma que o potencial unidimensional $V(x)$ seja dado por $V(x) = -\alpha (\delta(x+a) + \delta(x-a))$. Ache a solução geral da função de onda devido a este potencial quando a energia for $E < 0$.

(B) Encontre a condição do estado ligado neste caso.

6. Descreva a função de onda para quaisquer valores de x para o potencial $V(x)$ mostrado abaixo. Assuma que a energia $E < V_0$. Você deve descrever se é um estado ligado ou um estado de espalhamento, e se possui soluções evanescentes. Não é necessário calcular a função de onda.

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & 0 < x < a \\ 0 & \text{qualquer outro valor} \end{cases}$$