

F689 Mecânica Quântica
Turma A
1º Semestre de 2017
Testinho 3

Nome:

RA:

$$\hat{L}^2 |l m\rangle = l(l+1)\hbar^2 |l m\rangle \quad \hat{L}_z |l m\rangle = m\hbar |l m\rangle \quad \hat{L}_\pm = \hat{L}_x \pm i\hat{L}_y \quad \hat{L}^2 = \hat{L}_z^2 + \hat{L}_\pm \hat{L}_\mp \mp \hbar \hat{L}_z$$

$$\hat{L}_+ |l m\rangle = \sqrt{l(l+1) - m(m+1)} |l m+1\rangle \quad \hat{L}_- |l m\rangle = \sqrt{l(l+1) - m(m-1)} |l m-1\rangle$$

A representação dos \hat{L}_i na base $|l m\rangle$ que \hat{L}_z é diagonal é

$$\hat{L}_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{L}_y = \frac{\hbar}{i\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{L}_z = \hbar \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

A representação dos \hat{L}_i na base de posição é

$$\hat{L}_x = i\hbar \left\{ \sin\varphi \frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{\cos\varphi}{\tan\theta} \frac{\partial}{\partial\varphi} \right\} \quad \hat{L}_y = i\hbar \left\{ -\cos\varphi \frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{\sin\varphi}{\tan\theta} \frac{\partial}{\partial\varphi} \right\} \quad \hat{L}_z = i\hbar \frac{\partial}{\partial\varphi}$$

$$\hat{L}^2 = -\hbar^2 \left\{ \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} + \frac{1}{\tan\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} \right\} \quad \hat{L}_\mp = \hbar e^{\pm i\varphi} \left\{ \pm \frac{\partial}{\partial\theta} + i \frac{1}{\tan\theta} \frac{\partial}{\partial\varphi} \right\}$$

Os harmônicos esféricos são

$$Y_0^0 = \left(\frac{1}{4\pi}\right)^{1/2} \quad Y_1^{\pm 1} = \mp \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2\pi}\right)^{1/2} \sin\theta e^{\pm i\varphi} \quad Y_1^0 = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/2} \cos\theta$$

$$Y_2^0 = \frac{1}{4} \left(\frac{5}{\pi}\right)^{1/2} (3\cos^2\theta - 1) \quad Y_2^{\pm 1}(\theta, \varphi) = \mp \sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin\theta \cos\theta e^{\pm i\varphi}$$

$$Y_l^{-m} = (-1)^m (Y_l^m)^* \quad \int d\Omega Y_l^m(\theta, \varphi) (Y_{l'}^{m'}(\theta, \varphi))^* = \delta_{ll'} \delta_{mm'} \quad d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$$

1. (Valor da questão 10.0) Se uma partícula está no estado

$$\psi(\theta, \varphi, 0) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \sin \varphi \sin \theta \cos \theta \quad (1)$$

Você pode fazer os cálculos tanto na representação de posição ou na representação matricial de \hat{L}^2 e \hat{L}_z .

(A) (Valor da questão 4.0) Quais os possíveis valores de \hat{L}_z e quais a probabilidade de ocorrerem?

(B) (Valor da questão 3.0) Calcule o valor esperado de $\langle \hat{L}_y \rangle$ para este estado?

(C) (Valor da questão 3.0) Calcule o valor esperado de $\langle \hat{L}^2 \rangle$ para este estado?