F689 Mecânica Quântica
Turma A
1^o Semestre de 2017
Prova 1

Nome: RA:

1. Seja o potencial V(x) tal que seja uma função par: $V(x) = V(-x)$

   (A) **Mostre** que em geral com um potencial sendo um função par podemos classificarmos as soluções em duas categorias:
   (a) soluções pares $\Psi_{\text{par}}(x) = \Psi_{\text{par}}(-x)$ e
   (b) soluções ímpares $\Psi_{\text{impar}}(x) = -\Psi_{\text{impar}}(-x)$.

   (B) O valor médio da posição, $\langle x \rangle \equiv \int dx \Psi^*(x)\,(x)\,\Psi(x)$, para as soluções pares de um potencial par é (Justifique a resposta) ?

   (a) Não Zero

   (b) Zero.

   (C) O valor médio do momento, $\langle p_x \rangle \equiv \int dx \Psi^*(x) \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x}\right) \Psi(x)$, para as soluções pares de um potencial par é (Justifique a resposta.)?

   (a) Zero

   (b) Não Zero.

   (D) Assuma um potencial da forma

$$V(x) = \begin{cases} 0 & |x| < a \\ \infty & |x| > a \end{cases}$$

   Determine a solução da Equação de Schroedinger independente do tempo para qualquer x e as respectivas possíveis energias.

   (E) A função de onda de uma partícula de massa m é no instante inicial é

$$\psi(x, t=0) = \sqrt{\frac{1}{a}} \sin \frac{3\pi x}{a}$$

   Encontre os coeficientes da expansão da função de onda inicial em termos da soluções encontradas no item (D).

2. Seja o potencial

$$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < a \\ \infty & x > a \\ \infty & x < 0 \end{cases}$$

Com soluções da Equação de Schroedinger independente do tempo da forma $\Psi_n = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right)$. No instante t=0 a função de onda é

$$\psi(x, t=0) = \begin{cases} \left(\frac{1+i}{2}\right)\sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) & 0 < x < a \\ 0 & x > a \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

(A) Determine $\Psi(x,t)$.

(B) Qual é o valor médio da energia para este estado $\Psi(x,t)$.

(C) Qual é a probabilidade de uma medida da energia seja $E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2}$?

3. Responda as questões justificando se a sentença está correta ou não.

   (A) Dados duas soluções **dependentes** do tempo da equação de Schoredinger, eu posso sempre usar combinaçãoes lineares arbitrárias para obter outras soluções.

   (B) Dados duas soluções **independentes** do tempo da equação de Schoredinger, eu posso sempre usar combinaçãoes lineares arbitrárias para obter outras soluções.

   (C) Se o valor esperado da energia é E_0, então ao medirmos a energia mais provavelmente obteremos a energia E_0.

   (D) Se pode medir simultaneamente o momento e a energia de uma partícula livre.

   (E) As funções de onda e sua derivada primeira precisam serem contínuas, a menos que exista pontos com potencial infinito.

   (F) A probabilidade de encontrar um partícula que está num estado estacionário não é independente do tempo.

   (G) A probabilidade de encontrar um partícula que está numa combinação de dois estados estacionários não é independente do tempo.

   (H) O valor esperado do momento só pode ter valores reais e nunca imaginários.