# GABARITO 1º TESTINHO

DA EXPRESSÃO

$$d\vec{r} = dr\,\hat{e}_r + r\,d\theta\,\hat{e}_\theta$$

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{r}\,\hat{e}_r + r\dot{\theta}\,\hat{e}_\theta$$

$$\vec{a} = \ddot{r}\,\hat{e}_r + \dot{r}\,\dot{\hat{e}}_r + \dot{r}\dot{\theta}\,\hat{e}_\theta + r\ddot{\theta}\,\hat{e}_\theta + r\dot{\theta}\,\dot{\hat{e}}_\theta$$

$$\vec{r} = (x, y, z)$$

$$\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$$

$$\hat{e}_r = \frac{\frac{\partial \vec{r}}{\partial r}}{\left|\frac{\partial \vec{r}}{\partial r}\right|} = (\cos\theta, \sin\theta)$$

$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial r} = (\cos\theta, \sin\theta)$$

$$\dot{\hat{e}}_r = (-\sin\theta\,\dot{\theta}, \cos\theta\,\dot{\theta})$$

$$\hat{e}_\theta = \frac{(-r\sin\theta, r\cos\theta)}{r} = (-\sin\theta, \cos\theta)$$

$$\boxed{\dot{\hat{e}}_r = \dot{\theta}\,\hat{e}_\theta}$$

$$\boxed{\dot{\hat{e}}_\theta = (-\cos\theta\,\dot{\theta}, -\sin\theta\,\dot{\theta}) = -\dot{\theta}\,\hat{e}_r}$$

ENTÃO

$$\vec{a} = \ddot{r}\hat{e}_r + \dot{r}\dot{\theta}\hat{e}_\theta + r\dot{\theta}\hat{e}_\theta + r\ddot{\theta}\hat{e}_\theta + r\dot{\theta}(-\dot{\theta})\hat{e}_r$$

$$\boxed{\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{e}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\hat{e}_\theta}$$

(b) $\dot{r} = 0$ e $\dot{\theta} \neq 0 \Rightarrow \ddot{r} = 0$

$$\boxed{\vec{V} = r\dot{\theta}\hat{e}_\theta \qquad \vec{a} = (-r\dot{\theta}^2)\hat{e}_r + r\ddot{\theta}\hat{e}_\theta}$$

SÓ TEM MUDANÇA NA DIREÇÃO ANGULAR, UM OBJETO

PRESO DE FORMA ACELERADA AO REDOR DE UM PONTO PRESO

COM UM FIO DE COMPRIMENTO CONSTANTE

SE TIVERMOS $\ddot{\theta} = 0$

$\vec{V} \propto \hat{e}_\theta \qquad \vec{a} \propto \hat{e}_r \qquad \boxed{\vec{V} \cdot \vec{a} = 0}$

(c) $\dot{\theta} = 0 \quad \dot{r} \neq 0 \Rightarrow \ddot{\theta} = 0$

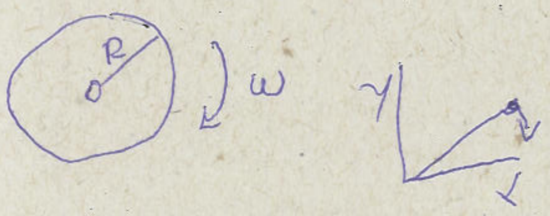
$\vec{V} = \dot{r}\hat{e}_r \qquad \vec{a} = \ddot{r}\hat{e}_r + \cancel{r\ddot{\theta}\hat{e}_\theta}$

UMA MOVIMENTAÇÃO PURAMENTE RADIALMENTE

# GABARITO TESTE 1

(2)

Em $t=0$, no eixo, $\theta=0$




Como está no círculo,

$$\vec{r} = r\,\hat{e}_r = R\cos\theta\,\hat{e}_x + R\sin\theta\,\hat{e}_y$$

Como está se movimentando no sentido dos ponteiros do relógio,

$$\theta = \theta_0 - \omega t$$

↳ negativo

Da condição inicial temos $\theta_0 = 0$

Então

$$\boxed{\theta = -\omega t}$$

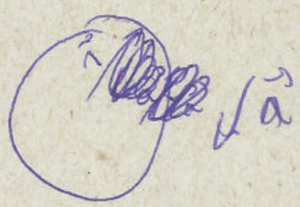
$$\boxed{\vec{r} = R\cos\omega t\,\hat{e}_x - R\sin\omega t\,\hat{e}_y}$$

$$\vec{a} = -R\omega^2\,\hat{r}$$

A velocidade é

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = -R\omega\sin\omega t\,\hat{e}_x - R\omega\cos\omega t\,\hat{e}_y$$

$$\vec{a} = -R\omega^2\cos\omega t\,\hat{e}_x + R\omega^2\sin\omega t\,\hat{e}_y \qquad |a|^2 = R^2\omega^4$$




OU REESCREVENDO EM COORDENADAS POLARES

$$\vec{r} = r\hat{e}_r \longrightarrow \vec{r} = R\hat{e}_r$$

$$\dot{\theta} = -\omega$$

$$\cancel{\vec{v} = \dot{R}\hat{e}_r + R\dot{\hat{e}}_r = R\dot{\theta}\hat{e}_\theta = -R\omega\hat{e}_\theta}$$

$$\boxed{\cancel{\vec{a} = +R\omega\dot{\hat{e}}_\theta = +R\omega(\dot{\theta})\hat{e}_r = -R\omega^2\hat{e}_r}}$$

$$\boxed{\vec{v} = \dot{R}\hat{e}_r + R\dot{\hat{e}}_r = R\dot{\theta}\hat{e}_\theta = -R\omega\hat{e}_\theta}$$

$$\boxed{\vec{a} = -R\omega\dot{\hat{e}}_\theta = R\omega\dot{\theta}\hat{e}_r = -R\omega^2\hat{e}_r}$$

## F315- Mecânica Clássica —Teste 1- 1º Semestre de 2013

2,0 → VELOCIDADE
2,0 → ACELERAÇÃO

1. Encontre a expressão do vetor velocidade e do vetor aceleração escrito em termos de coordenadas polares, r e $\theta$, e de seus versores $\mathbf{e}_r$ e $\mathbf{e}_\theta$. Dê um exemplo de movimento de uma partícula, que corresponda a quando
   - 0,5 → $\dot{r} = 0$ e $\dot{\theta} \neq 0$ quando
   - 0,5 → $\dot{\theta} = 0$ e $\dot{r} \neq 0$.

2. Uma partícula move-se num círcculo de centro $O$ e de raio $R$ com a velocidade angular w constante no **sentido dos ponteiros do relógio**. O círculo fica no plano $x$-$y$ e a partícula está na direção x no instante inicial t=0.
   - 3,0 → Qual é o vetor posição da partícula?
   - Encontre o vetor velocidade e aceleração. Qual é a magnitude e direção da aceleração?

Fórmulas:

$d\mathbf{s} = dr\mathbf{e}_r + rd\theta\mathbf{e}_\theta$

1,0 VELOCIDADE

1,0 ACELERAÇÃO

1,0 MAGNITUDE / DIREÇÃO