F315- Mecânica Clássica —Prova 2a - 1^o Semestre de 2013

1. Seja uma massa m presa a uma mola, com constante elástica k, que está pendurada no teto. No tempo t=0, a massa está em repouso, $\dot{x}(t=0)=0$, na posição $x(t=0)=x_0$. No tempo $t>0$ uma força constante F é aplicada para baixo e atua até o tempo t_0. No tempo $t>t_0$ a força F é nula. Assuma que a força peso é deprezível. Seja x a deslocamento da mola em qualquer tempo t.

   (a) Encontre a solução x(t) homogênea e da particular da equação diferencial de movimento para o instante $0<t<t_0$. A solução deve ser em termo de F, k e w_0. (**2,0 ponto**)

   (b) Encontre a soluçã x(t) da homogênea e da particular para o instante $t>t_0$. A solução deve ser em termo de F, k e w_0. Conforme é sabido qualquer solução x(t) deve ser contínua em qualquer ponto incluíndo o caso limite $t\to t_0$. (**2,0 ponto**)

2. Seja o oscilador submetido a força elástica com constante k e a força de arrasto proporcional a velocidade, com a constante sendo b e uma força externa exponencial $F = f_0 e^{-\alpha t}$.

   (a) Ache a solução particular desta equação, determinando a amplitude e a fase da solução, a expressão deve depender apenas da constante k, da constante b, e dos parâmetros da força senoidal: f_0 e α. (**1,5 ponto**)

   (b) A amplitude da solução, que chamarei de A, encontrada no item (a) pode ser escrita como uma função de α, da frequência natural w_0 e da constante β. Ache o máximo da ampltude, A. em função da constante α. Desenhe a dependencia de A em função de α (**1,5 ponto**)

3. Seja uma cilindro infinito de raio externo R_e e raio interno R_i, considere que tem uma distribuição uniforme de massa por unidade de volume, ρ, entre os raios R_i e R_e. O cilindro é oco para distâncias menores do que o R_i.

   (a) Calcule o vetor campo gravitacional $\mathbf{g}$ para pontos fora da cilindro. (**1,5 ponto**)

   (a) Calcule o vetor campo gravitacional $\mathbf{g}$ para pontos $r > R_i$, (**1,5 ponto**)

Formulário:

$$\oint \mathbf{g}.\mathbf{dS} = -4\pi G M_{interna}$$

$$\mathbf{g} = -G \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}')\mathbf{e}_r}{r^2} dV'$$

$$\Phi = -G \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}')}{r} dV' \quad \mathbf{g} = -\nabla\Phi$$

$$\nabla\psi = \mathbf{e}_r \frac{\partial\psi}{\partial r} + \mathbf{e}_\theta \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} + \mathbf{e}_\phi \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\phi}$$

$$d\mathbf{S}_r = r d\phi dz \mathbf{e}_r \quad d\mathbf{S}_z = r dr d\phi \mathbf{e}_z \quad d\mathbf{S}_\phi = dr dz \mathbf{e}_\phi$$