

F315 Mecânica Clássica I
Turma B
2º Semestre de 2017
Teste 3

Nome:

RA:

Assinatura :

Dados:

$$\mathbf{r} = r\hat{\mathbf{r}} \quad \dot{\mathbf{r}} = \dot{r}\hat{\mathbf{r}} + r\dot{\theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} \quad \mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} \quad \mathbf{p} = m\dot{\mathbf{r}} \quad (1)$$

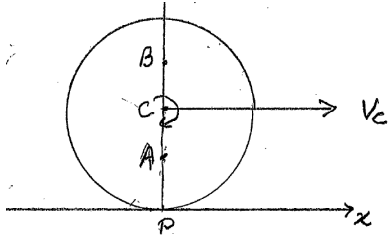


Figura 1: Cilindro girando.

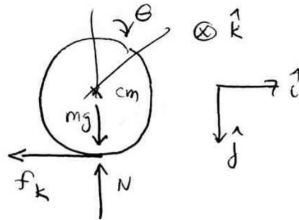


Figura 2: Cilindro girando com as forças indicadas.

1. (10.0 pontos) Seja um cilindro conforme a veja a Figura 1 que tem atrito entre a superfície horizontal e o cilindro.

(a) (1.5 pontos) Mostre o diagrama de forças presentes neste problema.

Resposta

As forças são mostradas no lado direito da Figura 1 na Figura 2.

(b) (1.0 pontos) Primeiro imagine que **não tem força de atrito**. O que ocorre neste caso com o cilindro? Ele desliza ou rola? Se assumirmos atrito agora, ele desliza ou rola?

Resposta

Quando não tem atrito o cilindro vai deslizar.

Quando temos atrito, ele começa a rolar.

(c) (2.1 pontos) Na situação que o cilindro desliza, sem rolar, quais são as quantidades conservadas?

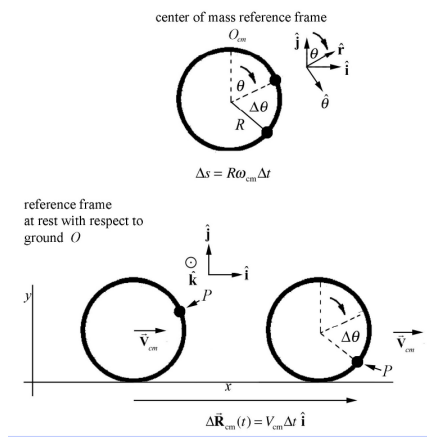


Figura 3: A condição de rolar sem deslizar descrita como a igualdade entre a distância andada por um dado ponto P no cilindro e a distância andada pelo CM.

- energia

Resposta

O atrito neste caso não realiza trabalho pois o ponto de contato é paralelo a força de atrito, então a energia é conservada. • momento angular em relação ao centro de massa

Existe um torque devido ao atrito que faz com que o momento angular não seja conservado.

- momento angular em relação a um ponto fixo no chão.

Existe neste caso o torque devido a força peso, e devido a força de atrito e portanto não é conservado.

Se der a resposta correta, mas com argumentos errados, será considerado 2/3 da pontuação.

(d) (1.5 pontos) Após certo momento ele começa a rolar, sem deslizar. Neste caso como podemos relacionar a velocidade de translação do cilindro com a velocidade angular do mesmo. Justifique o porquê desta condição.

Resposta

Quando o cilindro rola sem deslizar, a distância andada por um ponto na superfície do cilindro é igual a distância andada. Então temos que a distância andada por um ponto

$$\Delta s = R\omega\Delta t \quad (2)$$

e a distância andada no chão é

$$\Delta X = V_C\Delta t \quad (3)$$

e então que

$$\Delta X = \Delta s = V_C\Delta t = R\omega\Delta t \quad V_C = R\omega \quad (4)$$

(e) (2.0 pontos) Qual é a velocidade do ponto de contato com a superfície (marcado como ponto P na Figura 1, do ponto mais alto do cilindro passando pelo centro do cilindro e do ponto *extremo* mais a direita e mais a esquerda (ambos na borda do cilindro) em relação ao centro do cilindro?

Resposta

Como o cilindro está girando com velocidade angular w , todos os pontos tem módulo de velocidade iguais, mas em direções diferentes. A velocidade de translação do cilindro se soma a esta velocidade angular. Devido ao vínculo do item anterior temos que a velocidade do ponto de contato é nula (pois as velocidades estão em sentidos diferentes.) No ponto mais alto do cilindro, as duas velocidades estão colineares e nos outros pontos não estão colineares.

(f) (2.0 pontos) Agora faça que o cilindro está descendo um **plano inclinado**, com ângulo θ em relação a horizontal. Se ele começou numa altura h e **rola sem deslizar** qual é a velocidade na base do plano inclinado? O momento de inércia é $I = \frac{MR^2}{2}$.

Resposta

Neste caso da mesma forma, a força de atrito não faz trabalho e então podemos considerar no instante inicial somente energia potencial e no final, energia cinética de translação e de rotação

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{Iw^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I(v/R)^2}{2} \quad v = \sqrt{\frac{gh}{1 + I/(mR^2)}} \quad (5)$$