

F107- Física para Biologia —Lista 4 - 1º Semestre de 2018

1. (Giancoli, exercício 13 do capítulo 16, página 465). Seja o arranjo de cargas dado na Figura 4.

(a) Qual é magnitude e sentido da força resultante em cada uma das cargas?

Resposta

A força tem a magnitude de 83.7 N, o sentido depende de qual carga estamos falando: (a) a carga na parte de cima, o sentido é na direção para cima da folha. Para a carga da esquerda (direita) está a trinta graus abaixo (acima) da direção entre as duas cargas mais na parte de baixo da folha.

2. (Giancoli, exercício 35 do capítulo 16, página 466). Seja o arranjo de cargas dado na Figura 5.

(a) Qual é magnitude e sentido do campo elétrico resultante no ponto P? A distância x é entre o ponto médio entre as cargas e o ponto P.

Resposta

Assumindo que a direção positiva é no sentido do lado direito,

$$E = k \frac{Q}{(x+a)^2} - k \frac{Q}{(x-a)^2} = \frac{-4kQxa}{(x^2-a^2)^2} \quad (1)$$

como é negativo então o campo elétrico é para esquerda.

3. (Giancoli Exemplo 14, página 622), Duas cargas estão dispostas conforme a Figura 1, com $q_A = q_B = 2.4 \times 10^{-9} \text{ C}$ e $r_A = r_B = 0.5 \text{ m}$. Ache o campo elétrico e o potencial elétrico no ponto médio entre as cargas.

(a) Qual é a direção dos campos elétricos individuais das duas cargas no ponto médio entre as cargas? Calcule o seu valor.

Resposta

Como as duas cargas são positivas, o campo elétrico devido a cada uma das cargas se afasta das cargas. Especialmente no ponto médio entre as cargas, os dois campos elétricos estão em direções opostas, um destes apontando na direção para a direita

e o outro apontando para a esquerda. O campo elétrico é

$$\begin{aligned} E_A &= \frac{kq_A}{r_A^2} = \frac{(8,99 \times 10^9)(2.4 \times 10^{-9})}{(0.25)^2} = 345N/C \\ E_B &= \frac{kq_B}{r_B^2} = \frac{(8,99 \times 10^9)(2.4 \times 10^{-9})}{(0.25)^2} = 345N/C \quad (2) \end{aligned}$$

(b) O campo elétrico resultante no ponto médio entre as cargas é positivo, negativo ou zero?

Resposta

Como no ponto mediano os valores dos campos elétricos E_A e E_B são iguais e opostos então o campo elétrico total é zero.

(c) O potencial elétrico resultante no ponto médio entre as cargas é positivo, negativo ou zero? Existe uma direção associada ao potencial elétrico?

Resposta

$$\begin{aligned} V_A &= \frac{kq_A}{r_A} = \frac{(8,99 \times 10^9)(2.4 \times 10^{-9})}{(0.25)} = 85V \\ V_B &= \frac{kq_B}{r_B} = \frac{(8,99 \times 10^9)(2.4 \times 10^{-9})}{(0.25)} = 85V \quad (3) \end{aligned}$$

(d) Existe uma direção associada ao potencial elétrico?

Resposta

Não existe direção associada ao potencial elétrico.

4. Uma parte importante do funcionamento de uma membrana biológica é a sua habilidade de selecionar paassar ou ions de sódio (Na^+), ou ions de potássio (K^+). através dos canais da membrana. Como estes íons tem a mesma carga ($+e$), a força eléctrica exercida neles pela membrana será muito parecida. Além disto ambos íons tem quase o mesmo tamanho, ($R_{\text{Na}^+} \sim 0.12 \text{ nm}$, $R_{\text{K}^+} \sim 0.15 \text{ nm}$). Como os canais entre as membrancas conseguem discriminar entre os dois? Um mecanismo que se propos é os íons atraem moléculas de água ao seu redor fazendo um esfera de água ao seu redor magnificando a pequena diferença de tamanho entre os dois íons. Isto 'e chamado *revestimento da água*. Na Figura 2a , está representada o mecanismo de *revestimento da água*. O cálculo do *revestimento da água* é extremamente complexo, e efeitos da mecânica quântica precisam ser levados em conta. Para termos uma idéia do mecanismo assumiremos a disposição mostrada na Figura 2b, onde chamamos o íon por *A*, o oxigênio por *B*, e os átomos de hidrôgenio por *C* e *D*. Para simplificar o cálculo, assumiremos um *modelo simples*, em que o ion e os átomos de hidrôgenio tem cada um uma carga $+e$, e o oxigênio tem carga $-2e$. Trata cada um destes como se fosse uma partícula pontual.

(a) Desenhe na Figura 2c, desenhe as direções e as magnitudes da força que o íon exerce em cada um dos três átomos *B*, *C* e *D*.

Resposta

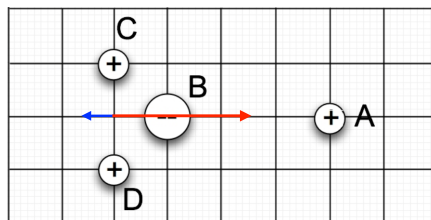


Figura 1: A seta azul é a força devido as moléculas *C* e *D*, e a seta vermelha devido a molécula *B*.

(b) Assuma que a molécula da água mantém o seu formato, sem se deformar. A força resultante que A exerce na molécula de água é atrativa, repulsiva ou zero?

Resposta

A força elétrica devido no átomos C e D, será no sentido se afastando do ion C, a força devido no átomo B será se aproximando do ion C. Como a carga B é duas vezes maior do que a carga C, então haverá uma força resultante aproximará a água do ion C. Assumimos que não existe diferença de distância entre as moléculas B,C e D.

(c) Assuma que a separação entre a grade na Figura 2c é de 1nm (10^{-9} m), qual é a magnitude da força de que o ion A exerce em cada uma das moléculas e a força total? Valores típicos são da ordem de picoNewton (10^{-12} N). Lembre que você precisa levar em conta que as forças são vetores. Compare com a força que a água exerce no íon.

Resposta

Lembre $1e^{-} = 1.6 \times 10^{-19}$ C. Assumindo que o centro do sistema é o ponto médio entre as cargas, então a carga q_A está na posição $r_A = (x_A, y_A) = (4 \times (1\text{nm}), 0) = (4 \times 10^{-9} \text{ m}, 0 \text{ m})$, e que $r_C = (x_C, y_C) = (0, 1 \times (1\text{nm})) = (0 \text{ m}, 1 \times 10^{-9} \text{ m})$ então $r_{AC} = (4 \times 10^{-9} \text{ m}, -1 \times 10^{-9} \text{ m})$ então

$r_{AC} = \sqrt{(4 \times 10^{-9})^2 + (1 \times 10^{-9})^2} = 4.12 \times 10^{-9} \text{ m}$. Da mesma forma, $r_D = (x_D, y_D) = (0, -1 \times (1\text{nm})) = (-1 \times 10^{-9} \text{ m}, 0 \text{ m})$ e portanto $r_{AD} = (4 \times 10^{-9} \text{ m}, +1 \times 10^{-9} \text{ m})$ e $r_{AD} = \sqrt{(4 \times 10^{-9})^2 + (-1 \times 10^{-9})^2} = 4.12 \times 10^{-9} \text{ m}$. Também $r_B = (x_B, y_B) = (1 \times (1\text{nm}), 0) = (1 \times 10^{-9} \text{ m}, 0)$ e $r_{AB} = ((4-1) \times 10^{-9} \text{ m}, 0 \times 10^{-9} \text{ m}) = (3 \times 10^{-9} \text{ m}, 0 \times 10^{-9} \text{ m}) = \sqrt{(3 \times 10^{-9})^2 + (0)^2} = 3 \times 10^{-9} \text{ m}$

$$\begin{aligned}
 F_{A \rightarrow C} &= \frac{kq_A q_C}{r_{AC}} = \frac{(8,99 \times 10^9)(1.6 \times 10^{-19})(1.6 \times 10^{-19})}{(4.12 \times 10^{-9})^2} \\
 F_{A \rightarrow D} &= \frac{kq_A q_D}{r_{AD}} = \frac{(8,99 \times 10^9)(1.6 \times 10^{-19})(1.6 \times 10^{-19})}{(4.12 \times 10^{-9})^2} \\
 F_{A \rightarrow B} &= \frac{kq_A q_B}{r_{AB}} = \frac{(8,99 \times 10^9)(1.6 \times 10^{-19})(2 \times 1.6 \times 10^{-19})}{(3 \times 10^{-9})^2}
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

As duas primeiras linhas se referem a seta azul da Figura 1 e a

terceira linha a seta vermelha da Figura 1. A força $F_{A \rightarrow B}$ ganha das duas outras forças, $F_{A \rightarrow C}$ e $F_{A \rightarrow D}$, então a força resultante é atrativa.

(d) Nós queremos fazer a força na molécula da água não apenas para uma posição particular, mas em função da distância entre o íon e a água. Suponha que os parâmetros da molécula da água são a e b , conforme mostrado na Figura 2d. Nós queremos mostrar a força entre a molécula da água e o íon em função de x e dos parâmetros a e b . Tome os componentes de cada força e ache a força elétrica total que o íon exercer sobre toda a moléculas (B+C+D) em função de x , a e b . Pode ser conveniente definir um ângulo e encontrar os senos e cossenos deste ângulo para encontrar as componentes. Expresse os senos e cossenos em termos de x , a e b .

• Encontre a força elétrica que o íon exerce em cada um dos átomos da água.

Resposta

Agora neste caso queremos descrever a separação entre as cargas, então usaremos a Figura 2d. Da Figura 2d, temos que a distância $r_{AC} = \sqrt{b^2 + (a+x)^2} = r_{AD}$ e $r_{AB} = x$. Existem três forças, $F_{A \rightarrow B}$, $F_{A \rightarrow C}$ e $F_{A \rightarrow D}$. O par $F_{A \rightarrow C}$ e $F_{A \rightarrow D}$ são dadas por

$$\begin{aligned} F_{A \rightarrow C} &= \frac{kq_A q_C}{r_{AC}^2} = \frac{ke^2}{b^2 + (a+x)^2} \\ F_{A \rightarrow D} &= \frac{kq_A q_D}{r_{AD}^2} = \frac{ke^2}{b^2 + (a+x)^2} \\ F_{A \rightarrow B} &= \frac{kq_A q_B}{r_{AB}^2} = \frac{k2e^2}{(x)^2} \end{aligned}$$

como a distância r_{AC} é igual à distância r_{AD} , e as cargas q_C e q_D são iguais então, então $F_{A \rightarrow C} = F_{A \rightarrow D}$. Precisamos definir um plano x-y para calcular as componentes da força. Seja a direção x na linha entre as cargas q_A e q_B e a direção y é a direção perpendicular. Definindo o ângulo θ na Figura 3, então temos que

$$\cos \theta = \frac{F_y}{F} \quad \sin \theta = -\frac{F_x}{F} \quad \cos \theta = \frac{b}{\sqrt{(a+x)^2 + b^2}} \quad \sin \theta = \frac{a+x}{\sqrt{(a+x)^2 + b^2}} \quad (5)$$

Somando as duas contribuições na direção y,

$$(F_{A \rightarrow C})_y + (F_{A \rightarrow D})_y = \frac{ke^2}{b^2 + (a+x)^2} \sin \theta - \frac{ke^2}{b^2 + (a+x)^2} \sin \theta = 0$$

e na direção x,

$$\begin{aligned} (F_{A \rightarrow C})_x + (F_{A \rightarrow D})_x &= -\frac{ke^2}{b^2 + (a+x)^2} \cos \theta - \frac{ke^2}{b^2 + (a+x)^2} \cos \theta \\ &= -\frac{2ke^2}{b^2 + (a+x)^2} \left(\frac{b}{\sqrt{(a+x)^2 + b^2}} \right) = -\frac{2ke^2b}{(b^2 + (a+x)^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

E a força do íon A na carga B,

$$F_{A \rightarrow B} = (F_{A \rightarrow B})_x = \frac{k(+2e^2)}{r_{AB}^2} = \frac{+2ke^2}{(x)^2}$$

Então o total será na direção entre as cargas q_A e q_B , com valor

$$(F_{A \rightarrow C})_x + (F_{A \rightarrow D})_x + (F_{A \rightarrow B})_x = -\frac{2ke^2(b)}{(b^2 + (a+x)^2)^{3/2}} + \frac{2ke^2}{(x)^2}$$

onde o segundo termo da Equação acima ganha do primeiro termo, então a água ficará atraído ao íon.

5. Sabemos que dentro das medidas atuais a carga absoluta do elétron e do próton são iguais, mas com sinais contrários $Q_{e^-} = -Q_p$. Suponha por um momento que o valor absoluto da carga do próton é maior do que o valor absoluto da carga do elétron. Encontre uma página confiável que tenha a informação de o número de elétrons e de prótons num átomo de cobre e a massa do átomo de cobre. Destes dados, estime o número de prótons e elétrons numa moeda de cinco centavos.

(a) Estime a carga líquida de uma moeda de cinco centavos, se carga absoluta do próton é maior do que a carga absoluta do elétron em um parte por milhão.

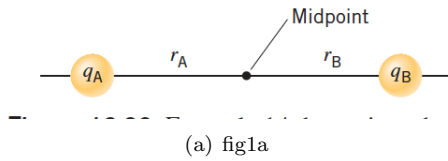
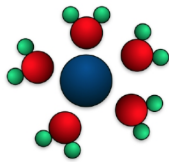
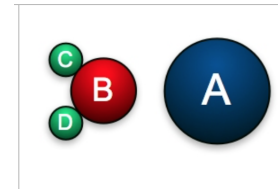


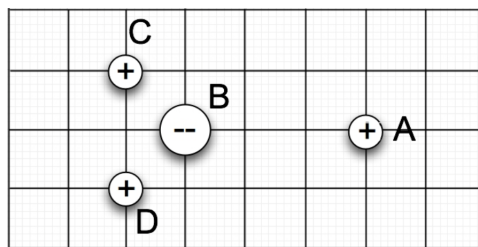
Figura 2: Arranjo de cargas, com cargas iguais $q_A = q_B$ e distâncias iguais, $r_A = r_B$.



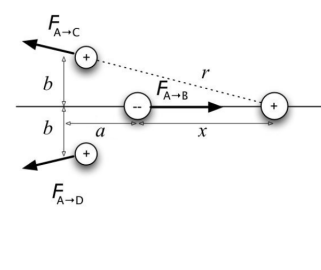
(a) Representação do revestimento em geral.



(b) Representação do revestimento do ion pela água.



(c) Mapa das posições das moléculas



(d) Mapa mais realístico das posições das moléculas.

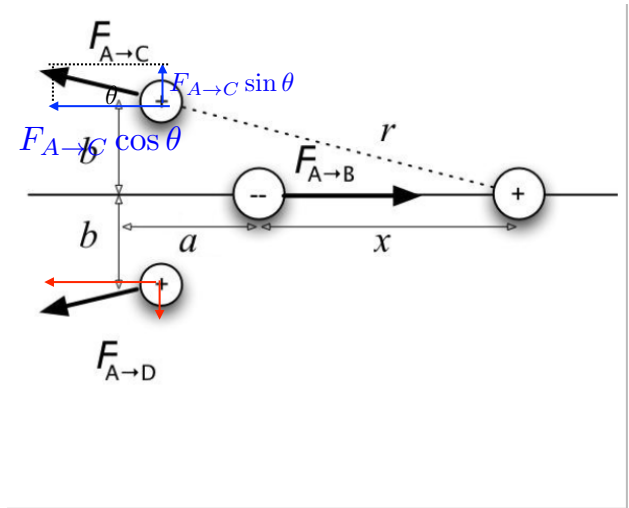


Figura 3: A seta azul é a força devido as moléculas C e D, e a seta vermelha devido a molécula B.

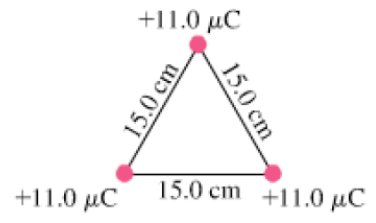


Figura 4: Arranjo de cargas.

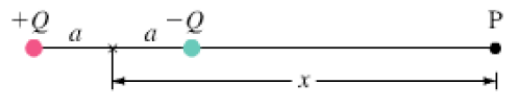


Figura 5: Arranjo de cargas.