

Lista 1 de Mecânica Geral I, F315

1. Marion 1-9: Mostre que os dois vetores

$$\vec{A} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} \quad \vec{B} = -2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k} \quad (1)$$

Ache

- (a) $\vec{A} - \vec{B}$ e $|\vec{A} - \vec{B}|$
- (b) componentes de \vec{B} na direção de \vec{A}
- (c) ângulo entre \vec{A} e \vec{B}
- (d) $\vec{A} \times \vec{B}$
- (e) $(\vec{A} - \vec{B}) \times (\vec{A} + \vec{B})$

2. Marion 1-10:

Uma partícula se move numa órbita descrita pelo vetor posição

$$\vec{r} = 2b \sin(wt)\mathbf{i} + b \cos(wt)\mathbf{j} \quad (2)$$

- (a) Ache \vec{v} , \vec{a} e o módulo da velocidade v .
- (b) Encontre o ângulo entre \vec{v} e \vec{a} no instante $t = \frac{\pi}{2w}$.

3. Marion 1-13:

Seja um vetor desconhecido \vec{X} , que tem as seguintes relações com os **vetores conhecidos** \vec{A} , \vec{B} e um escalar ϕ , tal que

$$\vec{A} \times \vec{X} = \vec{B} \quad \vec{A} \cdot \vec{X} = \phi \quad (3)$$

- (a) Ache \vec{X} em termos de \vec{A} , \vec{B} , ϕ e do módulo de \vec{A} , $|\vec{A}|$.

4. Marion 1-24:

Mostre que \vec{A} um vector arbitrário, e seja que \vec{e} um vector unitário numa direção fixa. Mostre

$$\vec{A} = \vec{e}(\vec{A} \cdot \vec{e}) + \vec{A} \times (\vec{A} \times \vec{e}) \quad (4)$$

5. Marion 1-28:

Mostre que

$$\vec{\nabla}(\ln r) = \frac{\vec{r}}{r^2} \quad (5)$$

aqui $r = |\vec{r}|$.

6. Marion 1-31:

Mostre que

(a)

$$\vec{\nabla}(r^n) = nr^{n-2}\vec{\mathbf{r}} \quad (6)$$

o resultado é um vetor.

(b)

$$\vec{\nabla}(f(r)) = \left(\frac{\vec{\mathbf{r}}}{r}\right) \frac{df}{dr} \quad (7)$$

o resultado é um vetor.

(c)

$$\vec{\nabla}^2(\ln(r)) = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}(\ln(r)) = \frac{1}{r^2} \quad (8)$$

o resultado é uma função.

7. Marion 1-32:

Mostre que

$$\int \left(2a\vec{\mathbf{r}} \cdot \vec{\mathbf{r}} + 2b\vec{\mathbf{r}} \cdot \vec{\mathbf{r}}\right) = ar^2 + br^2 + \text{constante} \quad (9)$$

8. Marion 1-33:

Mostre que

$$\int \left(\frac{\vec{\mathbf{r}}}{r} - \frac{\vec{\mathbf{r}} \cdot \vec{\mathbf{r}}}{r^2}\right) = \frac{\vec{\mathbf{r}}}{r} + \text{constante} \quad (10)$$

9. Marion 1-41:

para quais valores de a , o vetor $\vec{\mathbf{A}} = 2a\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + a\mathbf{k}$ e o vetor $\vec{\mathbf{B}} = a\mathbf{i} + 2a\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ são ortogonais?