# F-449 A – Lasers e Aplicações — 1º Sem/2019

# Lista 1

## **Laser Electronics:** J.T. Verdeyen

**Cap. 1:** 1.2, 1.3 e 1.4

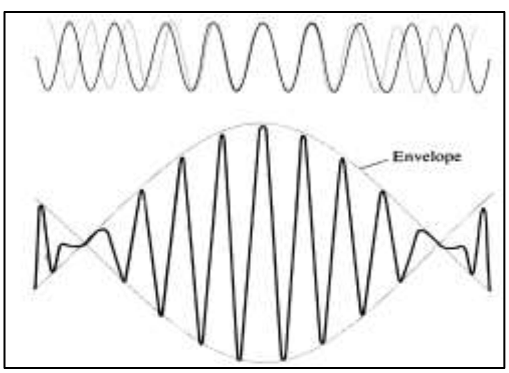
**Q1.** Suponha que uma onda eletromagnética propagando na direção $\hat{x}$ penetre perpendicularmente um meio dielétrico e que o campo elétrico na entrada deste meio ($x = 0$) é dado por $\vec{E} = E_0(\hat{y} + \hat{z})e^{i\omega t}$. O vetor $\vec{D}$ neste meio é dado por:

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} {n_o}^2 & 0 & 0 \\ 0 & {n_o}^2 & 0 \\ 0 & 0 & {n_e}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

Resolva a equação de onda e mostre que cada componente do campo elétrico irá viajar com uma velocidade de fase distinta, acarretando um atraso de fase. Se o material dielétrico forma uma placa de um quarto de onda, qual a polarização do campo de saída?

**Q2.** Em uma cavidade laser, ondas com frequências próximas estão oscilando, isto é, sempre há uma largura de linha, composta pelas frequências da cavidade. Digamos que duas ondas planas com frequências $\omega_1 = \omega - \Delta\omega \;\; e \; \omega_2 = \omega + \Delta\omega$ estão propagando superpostas na mesma direção. Supondo que ambas possuem a mesma amplitude, pode-se mostrar que a superposição dessas ondas é dada por:

$$E = 2E_0 e^{i(\omega t - kz)} \cos(\Delta\omega t - \Delta k z)$$




Ou seja, a onda plana tem uma função envoltória. Enquanto a velocidade de fase é dada por $u = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n(\omega)}$, a função envelope viaja com uma velocidade chamada de *velocidade de grupo*, dada por $u_g = \frac{d\omega}{dk}$. Mostre que

$$u_g = u\left(1 + \frac{\lambda_0}{n}\left(\frac{dn}{d\lambda_0}\right)\right)$$

Onde $\lambda_0 = n\lambda$ é o comprimento de onda no vácuo. Se a dispersão do meio é nula, ou seja, se o índice de refração não depende do comprimento de onda, qual a relação entre as velocidades de grupo e de fase?