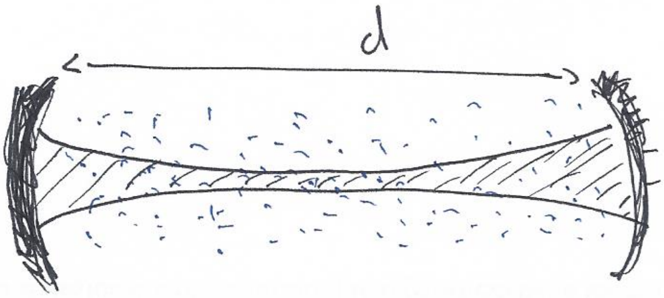
"Volume do modo"

Em lasers, o meio de ganho é finito (obviamente! :)), e temos um nº finito de espécies (moléculas, átomos, etc) que irão contribuir para o ganho.

Este número depende do "volume" ocupado pelo modo amplificado:



Suponha que os átomos num laser de argônio são representados pelos pontos em azul! Só aqueles "dentro do feixe" contribuem p/ o ganho!

Por isso, é importante saber o volume ocupado pelo modo nesse ressonador.

Um ponto relevante é que o meio de ganho interage com o feixe proporcionalmente ao quadrado do campo $\therefore |E|^2$
$\Rightarrow$ veremos isso com detalhes no capítulo 7!

Portanto, vamos definir o volume do modo:

$$V_{m,p} = \frac{1}{\underbrace{E_0^2}_{\text{Amplitude máxima!}}} \cdot \int_0^d \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x,y,z) \cdot E^*(x,y,z) \cdot dx\,dy\,dz$$

Usando ~~...~~ E como um campo Hermite-Gaussiano, 9D

temos:

$$V_{m,p} = \frac{1}{\cancel{E_0^2}} \cdot \cancel{E_0^2} \cdot \int_0^d \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{w_0^2}{w^2(z)} \cdot H_m^2\left(\frac{\sqrt{2}\,x}{w(z)}\right) H_p^2\left(\frac{\sqrt{2}\,y}{w(z)}\right) e^{-2\frac{r^2}{w^2(z)}} \, dy\,dx\,dz$$

Agora, $r^2 = x^2 + y^2$

portanto:

$$V_{m,p} = \int_0^d \frac{w_0^2}{w^2(z)} \cdot \left[\int_{-\infty}^{\infty} H_m^2\left(\frac{\sqrt{2}\,x}{w(z)}\right) \cdot e^{-\frac{2x^2}{w^2(z)}} dx \cdot \int_{-\infty}^{\infty} H_p^2\left(\frac{\sqrt{2}\,y}{w(z)}\right) \cdot e^{-\frac{2y^2}{w^2(z)}} dy \right] dz$$

Note que os termos de fase somem pois estamos fazendo

$E^*E = |E|^2$!

Chamando $u = \frac{\sqrt{2}\,x}{w(z)}$ e $v = \frac{\sqrt{2}\,y}{w(z)}$

$$V_{m,p} = \int_0^d \frac{w_0^2}{\cancel{w^2(z)}} \cdot \left[\int_{-\infty}^{\infty} H_m^2(u) \cdot e^{-u^2} \frac{\cancel{w(z)}\,du}{\sqrt{2}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} H_p^2(v) \cdot e^{-v^2} \frac{\cancel{w(z)}\,dv}{\sqrt{2}} \right] dz$$

$$= \left(\int_0^d \frac{w_0^2}{2}\, dz \right) \underbrace{\left[\int_{-\infty}^{\infty} H_m^2(u)\, e^{-u^2} du \cdot \int_{-\infty}^{\infty} H_p^2(v)\, e^{-v^2} dv \right]}_{\text{constante!}}$$

Consultando as tabelas de integral temos que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_m^2(u)\, e^{-u^2} du = 2^m \cdot m!\, \sqrt{\pi}$$

Com isso,

$$V_{m,p} = \int_0^d \frac{w_0^2}{2} \, dz \, . \, 2^m . m! \sqrt{\pi} \, . \, 2^p . p! \sqrt{\pi}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_{m,p} = \frac{W_0^2}{2} . d\pi \, 2^{m+p} . m! \, p!}$$

e este é o volume efetivo ocupado pelo modo!

Note que modos de mais altas ordens ocupam ~~modos~~ volumes maiores!!

Para um dado volume $V_{m,p}$, a potência máxima esperada depende de outros fatores: densidade de átomos (ou moléculas) ativos no volume, taxa de excitação, e energia emitida por cada átomo que decai (energia do fóton!)

$$\therefore \; P_{máx} = (\text{Energia fóton}) \times (\text{densidade de átomos}) \times (\text{Volume}) \times (\text{taxa de excitação})$$

$$J \times cm^{-3} \quad cm^3 \quad s^{-1}$$

$$\therefore \; [P_{máx}] = \frac{J}{s} = W$$