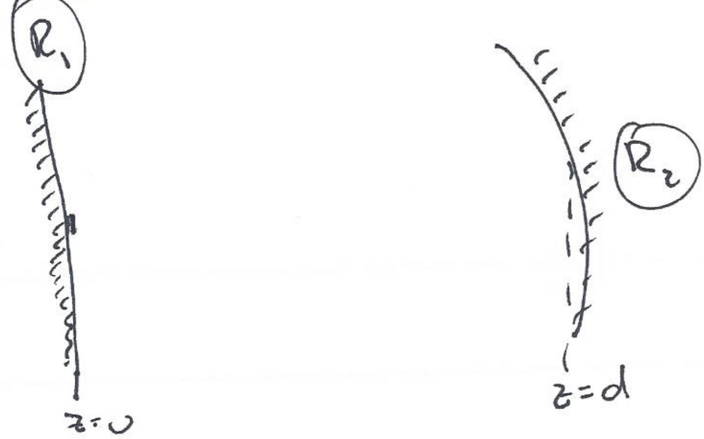
A condição de ressonância é aquela dada por

$$\phi(d) - \phi(0) = l.\pi$$
$\hookrightarrow l =$ inteiro

onde ϕ é a fase do campo em $z=0$ e $z=d$



Até agora tratamos a ressonância na cavidade para uma onda plana. todavia, sabemos que o campo oscilante numa cavidade é um ~~campo~~ modo de Hermite-Gauss

onde

$$E(x,y,z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} H_m\left(\frac{\sqrt{2}\,x}{w(z)}\right) . H_p\left(\frac{\sqrt{2}\,y}{w(z)}\right) \times e^{-\frac{r^2}{w^2(z)}} \times e^{-i\frac{kr^2}{2R(z)}} \times e^{-i\left[kz - tg^{-1}\left(\frac{z}{z_0}\right).(1+m+p)\right]}$$

$$\underbrace{kz - tg^{-1}\left(\frac{z}{z_0}\right).(1+m+p)}_{\phi(z)}$$

então, a condição de ressonância é

$$kd - (1+m+p).\,tg^{-1}\left(\frac{d}{z_0}\right) = l.\pi$$

Assumindo que $R_1 = \infty$ e R_2 é finito (espelho esférico) 110

Lembramos que, para que a fase "case" no espelho R_2 temos que

$$z_0 = \sqrt{d R_2} \cdot \left[1 - \frac{d}{R_2}\right]^{1/2}$$

Sendo $k = \frac{2\pi n}{\lambda} = \frac{2\pi . n . \nu}{c}$, temos que ∴

índice do modo da cavidade

$$\frac{2\pi n}{c} \underbrace{\nu_{mpl}}_{\text{índice do modo de Hermite-Gauss}} . d - (1 + m + p) . tg^{-1}\left[\sqrt{\frac{d}{R_2}} \cdot \left[1 - \frac{d}{R_2}\right]^{-1/2}\right] = l\pi$$

Assim,

$$\nu_{mpl} = \frac{c}{2dn} \cdot \left[l + \frac{(1+m+p)}{\pi} . tg^{-1}\left(\frac{(d/R_2)^{1/2}}{(1 - d/R_2)^{1/2}}\right)\right]$$

Agora, se

$$tg\,\beta = \frac{(d/R_2)^{1/2}}{(1 - d/R_2)^{1/2}} = \frac{sen\,\beta}{cos\,\beta} \Rightarrow$$

$$\frac{1 - cos^2\beta}{cos^2\beta} = \frac{d/R_2}{1 - d/R_2} \Rightarrow \cancel{\frac{d}{R_2} cos^2\beta} = 1 + \cancel{\frac{d}{R_2} cos^2\beta} - \frac{d}{R_2} + - cos^2\beta$$

$$\therefore cos^2\beta = 1 - d/R_2 \quad \therefore \quad cos\,\beta = \pm\sqrt{1 - d/R_2}$$

$0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}$ ∴

$$\nu_{mpl} = \frac{c}{2nd} \cdot \left[l . + \frac{[1+m+p]}{\pi} cos^{-1}\left((1 - d/R_2)^{1/2}\right)\right]$$

Agora, lembrando que chamávamos

$$g_2 = \left[1 - \frac{d}{R_2}\right]$$

Se o espelho M_1 também for esférico com raio R_1

temos $$g_1 = \left[1 - \frac{d}{R_1}\right]$$

e os modos tornam-se:

$$\nu_{m,p,l} = \frac{c}{2nd}\cdot\left[l + \frac{(1+m+p)}{\pi}\cos^{-1}(g_1 g_2)^{1/2}\right]$$

Agora, veja que para um dado valor de $\cos^{-1}(g_1 g_2)^{1/2}$ podemos ter vários modos com a mesma frequência

Por exemplo, se $g_1 = 1$ $(R_1 = \infty)$ e $R_2 = \frac{1}{2}d \Rightarrow g_2 = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \cos^{-1}(g_1 g_2) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow$$

$$\nu_{m,p,l} = \frac{c}{2nd}\cdot\left[l + \frac{(1+m+p)}{4}\right]$$

Veja que $$\nu_{0,0,l} = \frac{c}{2nd}\cdot\left(l + \frac{1}{4}\right)$$

$$\nu_{2,2,l-1} = \frac{c}{2nd}\cdot\left(l-1 + \frac{(1+2+2)}{4}\right) = \frac{c}{2nd}\left(l + \frac{1}{4}\right)$$

ou seja, podemos ter diferentes modos de Hermite-Gauss oscilando com a mesma frequência! 112

Todavia, podemos filtrar os modos se lembrarmos que a cintura do feixe é maior para modos com maiores (m,p)!

Por exemplo, se temos um modo $TEM_{0,0}$ e outro $TEM_{1,0}$, em um dado ponto "z" temos:

Colocando uma abertura de diâmetro "a" na cavidade, podemos dar a preferência p/ amplificar o modo $TEM_{0,0}$

Você pode calcular a transmitância pela abertura "a" de um modo calculando:

$$T = \frac{\int_{r=0}^{a}\int_{0}^{2\pi} |E_{m,p}(r,\phi,z)|^2 r\, dr\, d\phi}{\underbrace{\int_{0}^{\infty}\int_{0}^{2\pi} |E_{m,p}(r,\phi,z)|^2 r\, dr\, d\phi}_{\text{Assumindo uma abertura circular!}}}$$