Laser de 2, 3 e 4 níveis!

Vimos que amplificação óptica ocorre quando

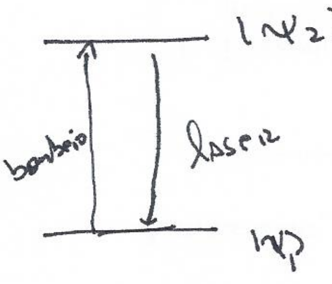
$$N_2 > \frac{g_2}{g_1} N_1$$

Vamos considerar um sistema composto por N partículas (átomos, por exemplo). Por simplicidade, vamos fazer $g_2 = g_1$ de modo que $B_{12} = B_{21}$

Assim, vamos analisar as condições para ganho em sistemas de 2, 3 e 4 níveis.

Se $g_2 = g_1$, condição de ganho é $N_2 > N_1$

2-níveis



$\Rightarrow$

$$\frac{dN_2}{dt} = \overbrace{B_{21} I}^{\text{Bombeio}} \underbrace{(N_1 - N_2)}_{-\Delta N} - A_{21} N_2$$

$$\frac{dN_1}{dt} = B_{21} I \underbrace{(N_2 - N_1)}_{\Delta N} + A_{21} N_2$$

sendo

$$\left.\begin{aligned} N &= N_1 + N_2 \\ \Delta N &= -N_1 + N_2 \end{aligned}\right\} \quad \frac{d\Delta N}{dt} = -2 \cdot B_{21} I \Delta N - 2A_{21} N_2$$

mas $2N_2 = N + \Delta N$

$\therefore$

$$\frac{d\Delta N}{dt} = -2B_{21} I \Delta N - A_{21}(N + \Delta N)$$

No estado estacionário, isto é, quando $\frac{d\Delta N}{dt} = 0$

temos: $2B_{21} I \Delta N + A_{21} N + A_{21} \Delta N$

$$\Delta N (2B_{21} I + A_{21}) = -A_{21} N$$

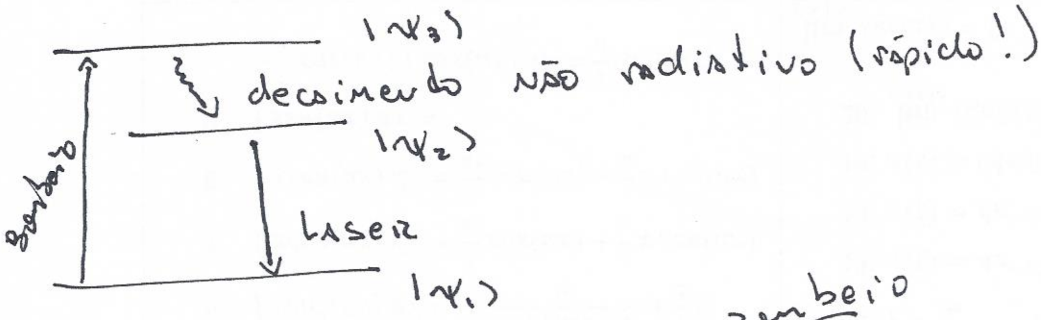
$$\therefore \Delta N = -\frac{A_{21}}{(2B_{21} I + A_{21})} \cdot N$$

Chamando $\frac{A_{21}}{B_{21}} = I_{sat}$ $\therefore$ $\Delta N = \frac{-1}{1 + 2I/I_{sat}} \cdot N$

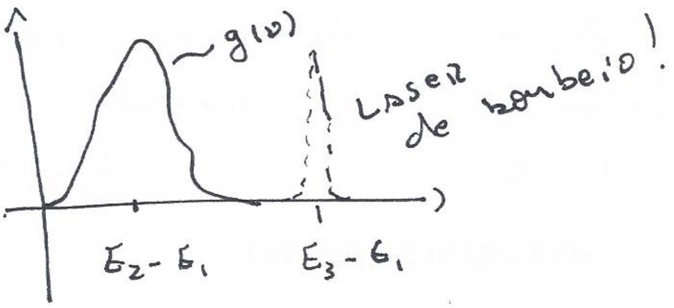
ou seja, $\Delta N < 0$ p/ qualquer bombeio $\therefore$ NÃO há inversão de população!

3- Níveis.

Agora, o bombeio leva população de $|\psi_1\rangle$ p/ $|\psi_3\rangle$



Como $h\nu$ do laser de Bombeio NÃO é ressonante com a transição $E_2 - E_1$, NÃO causa emissão estimulada.



Com isso,
$$\frac{dN_2}{dt} = B_{21} I N_1 - A_{21} N_2$$

$$\frac{dN_1}{dt} = -B_{21} I N_1 + A_{21} N_2$$

Aqui, assumimos que $N_3 \equiv 0$ pois o elétron NÃO "fica" em $|\psi_3\rangle$, decaindo rapidamente para $|\psi_2\rangle$

Com isso
$$\frac{d\Delta N}{dt} = 2 B_{21} I N_1 - 2 A_{21} N_2$$

Mas $\left.\begin{aligned} 2N_2 &= N + \Delta N \\ 2N_1 &= N - \Delta N \end{aligned}\right\} \dfrac{d\Delta N}{dt} = B_{21} I . (N - \Delta N) - A_{21} (N + \Delta N)$

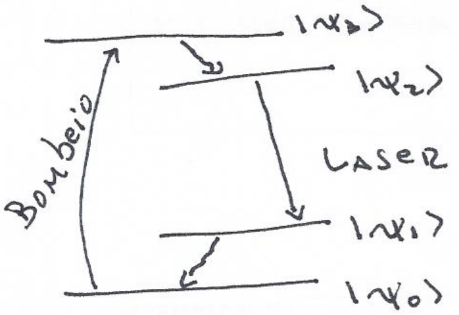
No estado estacionário, $(B_{21} I - A_{21}) N - (B_{21} I + A_{21}) \Delta N = 0$

$$\therefore \quad \Delta N = \frac{B_{21} I - A_{21}}{B_{21} I + A_{21}} N \doteq \frac{I/I_{sat} - 1}{\dfrac{I}{I_{sat}} + 1} N$$

se $I > I_{sat}$ temos $\Delta N > 0 \Rightarrow$ temos inversão de população!

4- Níveis

Neste caso, o bombeio excita elétrons de um nível $|\psi_0\rangle$ para o $|\psi_3\rangle$ e ~~estes~~ ~~…~~ Note que o estado $|\psi_0\rangle$ é repopulado rapidamente a partir de $|\psi_1\rangle$ e $|\psi_2\rangle$ a partir de $|\psi_3\rangle$



deste modo $N_1 \approx 0$ e $N = N_2 + N_0$

e $\Delta N = N_2 - N_1 \simeq N_2$ ..

$$\frac{dN_2}{dt} = B_{21} I N_0 - A_{21} N_2 \qquad \text{onde} \quad N_0 = N - N_2$$

ou ainda, $N_0 \cong N - \Delta N$

$$\Rightarrow \frac{d\Delta N}{dt} \simeq \frac{dN_2}{dt} = B_{21} I N - B_{21} I \Delta N - A_{21} \Delta N$$

$\Rightarrow$ No estado estacionário temos:

$$B_{21} I N = (B_{21} I + A_{21}) \Delta N \quad \therefore$$

$$\Delta N = \frac{I/I_{sat}}{1 + I/I_{sat}} \cdot N \geq 0$$

ou seja, sempre $\Delta N \geq 0$!