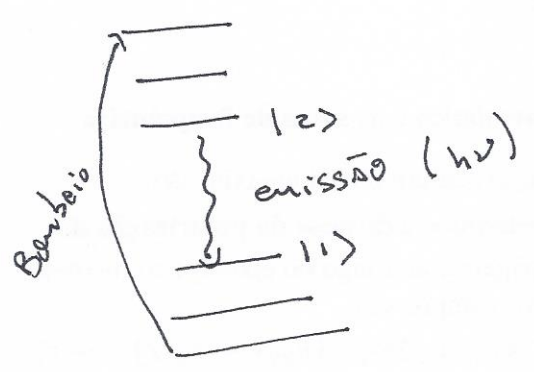


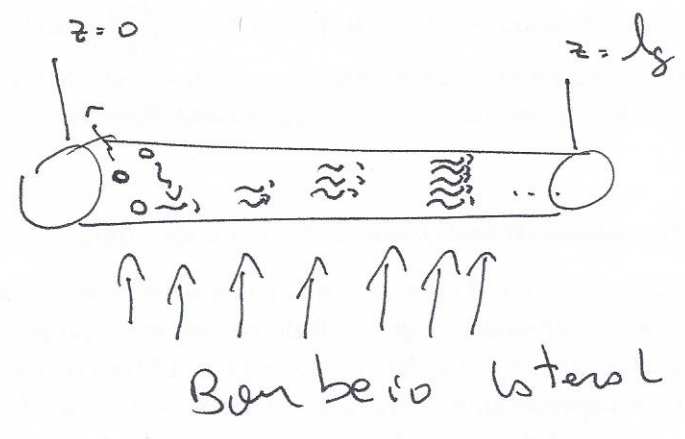
ASE : Amplificação da Emissão Espontânea

Vamos supor uma situação na qual um sistema é excitado por ~~um~~ fótons NÃO ressonantes com a transição $|2\rangle \rightarrow |1\rangle$, ou seja:



O sistema vai emitir $h\nu$ que pode estimular a emissão de um fóton idêntico em outra parte do sistema.

Imagine um bastão (ou um cilindro cheio de átomos)



Se um átomo (ou parte do sistema) emite espontaneamente de " $h\nu$ " numa direção dentro de um ângulo sólido $d\Omega$, esse fóton pode gerar emissão estimulada em um átomo em z e assim por diante até $z=L$.

ou seja, A emissão estimulada ^{em z'} amplifica a emissão espontânea de $z \rightarrow z'$ que está nesse ângulo sólido.

Assim, seja $I^+(v, z)$ a intensidade da radiação viajando na direção z crescente, a variação de $I^+(v, z)$ com z é escrito como:

$$\frac{d}{dz} I^+(v, z) = \underbrace{\eta_0(v) I^+(v, z)}_{\text{emissão estimulada}} + \underbrace{h\nu A_{z1} N_2 g(v) \frac{d\Omega}{4\pi}}_{\text{Emissão espontânea}}$$

com isso para sinais pequenos, de modo que $\eta \approx \eta_0$ em todo o sistema, temos:

$$I^+(v, z) = - \frac{h\nu A_{z1} N_2 g(v) \cdot \frac{d\Omega}{4\pi}}{\eta_0(v)} + B \cdot e^{\overset{\text{constante}}{\eta_0(v) \cdot L}}$$

fazendo $I^+(v, 0) = 0$ temos:

$$I^+(v, z) = \frac{h\nu \cdot A_{z1} N_2 g(v)}{\eta_0(v)} \cdot \left(e^{\eta_0(v) \cdot L} - 1 \right) \frac{d\Omega}{4\pi}$$

ou ainda, usando que $G_0(v) = e^{\eta_0(v) \cdot L}$ e que

$$\eta_0(v) = A_{z1} \frac{\lambda_0^3}{8\pi n^2} \cdot g(v) \cdot \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right)$$

$$I^+(\nu, l_g) = \frac{h\nu \cdot \cancel{A_{21}} N_2 \cancel{g(\nu)}}{\cancel{A_{21}} \frac{\lambda_0^2}{8\pi\eta^2} \cdot g(\nu) \cdot \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1\right)} \left(G_0(\nu) - 1\right) \frac{d\Omega}{4\pi}$$

(188)

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu} \quad \therefore \quad I^+(\nu, l_g) = \frac{8\pi m^2 h \nu^3}{c^2} \cdot \frac{N_2}{\left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1\right)} \left(G_0(\nu) - 1\right) \frac{d\Omega}{4\pi}$$

Note que se $N_2 < \frac{g_2}{g_1} N_1$, $G_0(\nu) < 1$ e $I^+(\nu, l_g)$

ou seja, vale também se o meio é absorvedor, ou

seja, se $N_2 < \frac{g_2}{g_1} N_1$!

Agora, se $G_0(\nu) \approx 1$ temos que $e^{\eta_0(\nu) l_g} \approx 1 + \eta_0(\nu) l_g$
portanto, $G_0(\nu) - 1 \approx \eta_0(\nu) l_g$ e

$$I^+(\nu, l_g) \approx A_{21} h\nu \cdot \underbrace{N_2 \cdot l_g}_{\# \text{ de átomos radiando}} \cdot g(\nu) \cdot \frac{d\Omega}{4\pi}$$

ângulo sólido

O resultado é óbvio e indica que $I^+(\nu, l_g)$ é apenas o soma das contribuições das emissões espontâneas dos $N_2 l_g$ átomos dentro do ângulo sólido $\frac{d\Omega}{4\pi}$

Esse é o caso chamado de "lâmina fina" ou porque $p_0(x) \approx 0$ ou porque l é muito fino.

Outro caso interessante é o da população térmica na qual $\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \cdot e^{\frac{-h\nu}{kT}}$ } Boltzmann!

Com isso, $I^+(v, l) = \left(\frac{8\pi n^2 h \nu^3}{c^2} \cdot \frac{N_2/N_1}{\frac{N_2}{N_1} - \frac{g_2}{g_1}} \right) (G_0(v) - 1) \frac{d\Omega}{4\pi}$

mas $\frac{N_2}{N_1} = \frac{\frac{g_2}{g_1} e^{\frac{-h\nu}{kT}}}{\frac{g_2}{g_1} e^{\frac{-h\nu}{kT}} - \frac{g_2}{g_1}} = \frac{1}{1 - e^{h\nu/kT}}$

ou $I^+(v, l) = \left(\frac{8\pi n^2 h \nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \right) \cdot \frac{d\Omega}{4\pi} \cdot (1 - e^{-|p_0(v)|l})$

lembrando que $I(v) = \underbrace{p(v)}_{\text{densidade de energia}} \cdot \frac{c}{n_g}$, vemos que

$$I^+(v, l) = \frac{c}{n_g} \cdot \underbrace{p(v)}_{\text{capo negro}} \cdot \frac{d\Omega}{4\pi} (1 - e^{-|p_0(v)|l})$$

função da potência que sai!

Se $|p_0 l| \gg 1 \therefore e^{-|p_0 l|} \rightarrow 0$

Note que $G_0(\nu)$ é fortemente dependente de ν , ou seja, se temos um ν_0 tal que $e^{g_0(\nu_0)l_g} = 100$, para $\nu = \nu_0 \pm \frac{\Delta\nu}{2}$

temos que $g_0(\nu) = \frac{1}{2} g_0(\nu_0)$ e $G(\nu) = 10$ enquanto $G(\nu_0) = 100$! Portanto, para pequenos sinais (sem saturações) ASE causa um estreitamento da banda.

Agora, na saturação, o termo com ν_0 satura antes e a emissão volta a alargar, mas o caso invariável.

Um problema causado pela ASE ocorre tipicamente em amplificadores, pois ela reduz o ganho máximo!

Isso ocorre, por exemplo, quando temos um barbeiro que gera a inversão de população e uma fonte externa que será amplificada: Exemplo é o amplificador de Ti:safiro, este é barbeado em 527nm, e amplifica um laser de 800nm

A saturação de ganho ~~podemos escrever~~ ~~escrita~~ como:

$$g(\nu) = \frac{g_0(\nu)}{1 + \left[\alpha_2 + \alpha_1 \left(1 + g_2 \frac{\partial_2}{\partial_1 \partial_2} \right) \right] \frac{g(\nu_0) \cdot I(\nu)}{h\nu}}$$

Equação 8.7.4 do livro parece errada!

onde $I_s = \frac{h\nu}{\sigma(\nu_0) \mathcal{C}_2 \left(1 + \frac{\mathcal{C}_1}{\mathcal{C}_2} \left(1 - \frac{g_2 \mathcal{C}_2}{g_1 \mathcal{C}_1} \right) \right)}$

onda em z crescente
 $\uparrow$ onda em z decrescente

Agora, substituímos $I(\nu)$ por $\int \bar{g}(\nu') (I^+(\nu', z) + I^-(\nu', z)) d\nu'$
 $\hookrightarrow$ distribuição normalizada.

Lembrando que I_s pode ser definido como a intensidade para qual o tempo de vida do estado $|2\rangle$ cai pela metade. Se $\mathcal{C}_1 \ll \mathcal{C}_2$, $\eta(\nu) = \frac{\eta_0(\nu)}{2}$ se

$$\frac{\sigma(\nu_0)}{h\nu} \int \bar{g}(\nu) [I^+(\nu, z) + I^-(\nu, z)] d\nu = \frac{1}{\mathcal{C}_2}$$

quando I^+ e I^- do ASE chegam nessas condições significa que a ASE extrai energia do estado excitado assim que ela é criada pelo bombeio, limitando a amplificação do agente externo.

Note também que $z=0$ e l_g são os pontos nos quais a solução ocorre primeiro.

Então, considerando $z=l_g$ e só a onda propagando na direção crescente ($I^-(\nu, l_g) \approx 0$).

$$\frac{\sigma(\nu_0)}{h\nu} \cdot \int \bar{g}(\nu) \frac{8\pi n^2 h\nu^3}{c^2} \frac{N_2}{N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1} \left(e^{g_0(\nu_0) l g} \bar{g}(\nu) - 1 \right) \frac{d\Omega}{4\pi} d\nu \approx 1$$

Considerando uma variação rápida de $\bar{g}(\nu)$ com ν , podemos escrever $(\bar{g}(\nu_0) = 1 \quad \bar{g}(\nu \neq 0) \approx 0)$

$$\frac{\sigma(\nu_0)}{h\nu} \cdot \frac{8\pi n^2 h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{N_2}{N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1} \left(e^{g_0(\nu_0) l g} - 1 \right) \frac{d\Omega}{4\pi} = 1$$

ou ainda:

$$\left(e^{g_0(\nu_0) l g} - 1 \right) = \frac{c^2}{8\pi n^2} \cdot \frac{1}{\sigma(\nu_0)} \cdot \left[\frac{N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1}{N_2} \right] \frac{1}{g_2} \left(\frac{d\Omega}{4\pi} \right)^{-1}$$

ou seja, como esse é o valor máximo temos

$$G_0(\nu_0) - 1 < \frac{c^2}{g_2} \left(1 - \frac{g_2}{g_1} \frac{N_1}{N_2} \right) \left(\frac{d\Omega}{4\pi} \right)^{-1}$$

Para um bom laser, $g_2 \approx g_1$ e $N_1 \ll N_2$

Portanto, o ganho máximo é

$$G_0(\nu_0) - 1 = \left(\frac{d\Omega}{4\pi} \right)^{-1} = \frac{4\pi l g^2}{A} \quad \hookrightarrow \text{area!}$$

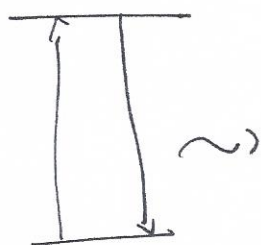
Como discutimos até o momento, lasers podem ser bombeados de diversas formas: lâmpadas, eletricidade, outro laser.

Uma questão relevante é qual a eficiência do laser, ou seja, qual a porcentagem da energia usada na excitação e convertida em laser.

Podemos resumir a eficiência de um laser em ~~em~~ 3 fatores principais:

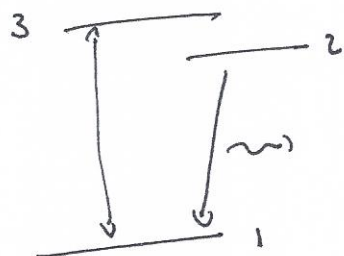
1) eficiência quântica (η_q) razão entre a energia dada no excitar o elétron e a energia do fóton emitido

Ex:

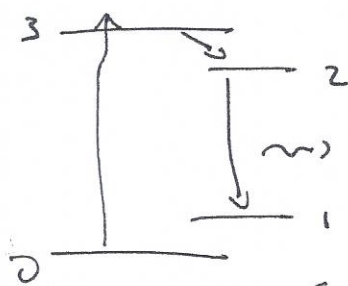


a)

$$\eta_q \approx 1$$



$$\eta_q = \frac{E_2 - E_1}{E_3 - E_1}$$



$$\eta_q = \frac{E_3 - E_0}{E_2 - E_1}$$

Note que é uma propriedade do material e não depende da cavidade.

2) eficiência de acoplamento (η_{cp}): depende da cavidade p/ otimizar a amplificação da luz, ou emissão estimulada na direção da saída.

3) Eficiência do Bombeio (η_{pump}) e a fração da potência do bombeio usada p/ criar inversão de população

Por exemplo, se um laser em 532nm (2,33eV) e usado para bombear um sistema cuja transição $E_3 - E_0$ e $\approx 2,33$ eV, a eficiência de bombeio e menor do que se a fonte fosse uma luz branca, onde só essa fração fosse utilizado.

Laser CW

Neste sistema a emissão atinge um estado estacionário e a potência de saída pode ser relacionada as propriedades como ρ_0 e I_s .

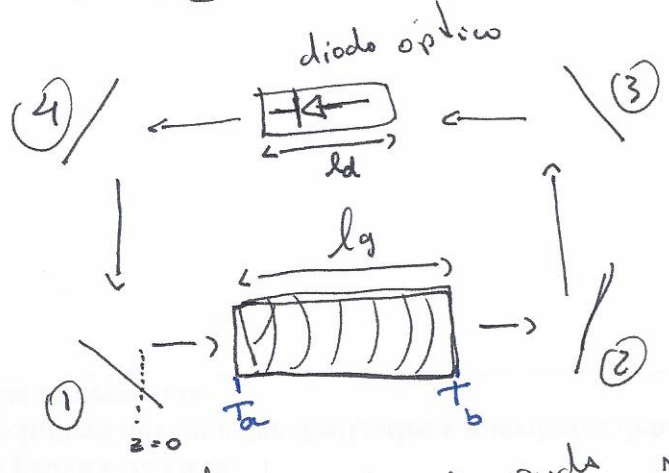
Aqui vamos considerar um caso hipotético simples de um laser com atenuamento homogêneo e com ρ_0 e I_s já conhecidos. Assumindo $\bar{g}(\nu) = 1$

Lembrando que se NÃO existe um I_D externo, a "semente" do laser e a própria emissão espontânea e essa e mínima na região de interesse pois depende de $\frac{d\Omega}{4\pi}$ e da fração $\Delta\nu$ que e amplificada. Com isso, essa emissão precisa ser amplificada por um fator de, no mínimo $\approx 10^8$

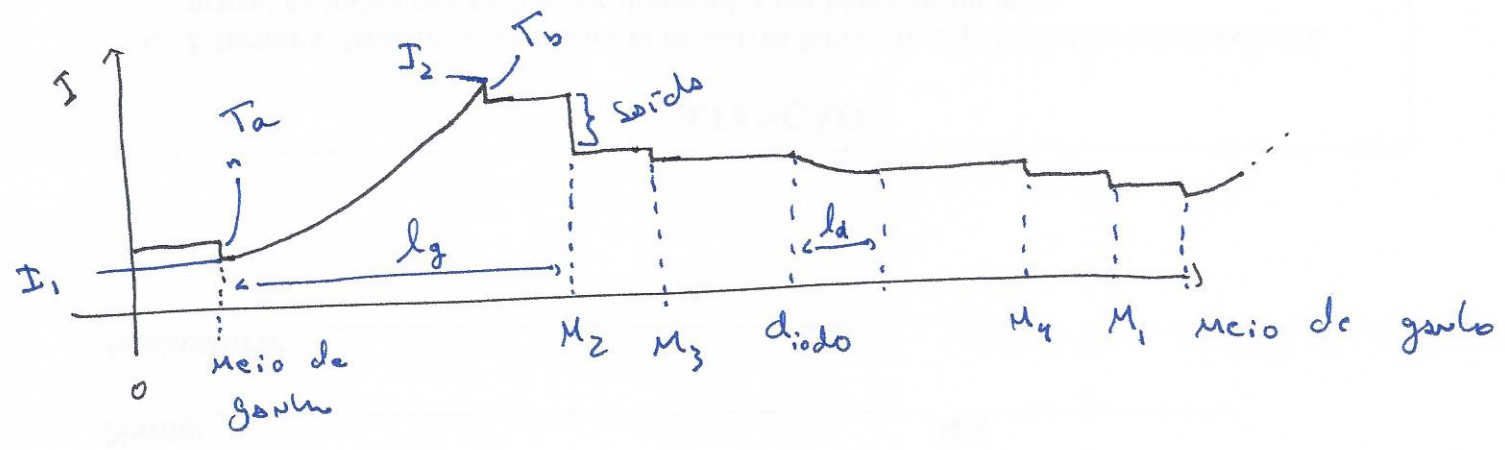
Com isso, se $G \approx 1,1$ precisamos de cerca de 200-300 volts para obter tal amplificação!

Em amplificadores, a semente externa precisa ser amplificada menos, reduzindo muito o número de voltas.

Vamos avaliar o caso de um laser em cavidade tipo anel, os chamados ring laser! O meio de ganho é bombeado por uma fonte externa e o feixe ~~para~~ laser vai propagar no sentido anti-horário:



O "diódo óptico" impede que a onda vá no ~~sentido horário~~ sentido horário seja amplificada.



No meio de ganho temos

$$\frac{dI_{cw}}{dz} = \frac{g_0 I_{cw}}{1 + \frac{I_{cw}}{I_s}} \Rightarrow \int_{I_1}^{I_2} \frac{1}{I_{cw}} + \frac{1}{I_s} dI_{cw} = g_0 l_g$$

$$e \quad \ln \left(\frac{I_2}{I_s} \right) + \frac{1}{I_s} (I_2 - I_1) = g_0 l_g$$

196

Mas, para o estado estacionário, após todos os perdas, um cavidade $I_2 \Rightarrow I_1$, ou seja,

$$I_1 = \underbrace{(T_a \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot e^{-\alpha_d l_d} \cdot R_3 \cdot R_4 \cdot T_b)}_{S \equiv \text{taxa de sobrevivência do fóton!}} \cdot I_2$$

portanto $I_1 = I_2 \cdot S$ e

$$\ln \left(\frac{1}{S} \right) + \frac{I_2}{I_s} (1 - S) = g_0 l_g \quad \text{ou}$$

$$\frac{I_2}{I_s} = \frac{g_0 l_g - \ln(1/S)}{(1 - S)}$$

$$\underbrace{\text{perda}}_S \times \underbrace{\text{ganho}}_{e^{g_{th} l_g}} \equiv 1$$

O limiar do laser ocorre quando

$$\therefore S = e^{-g_{th} l_g} \quad \text{ou} \quad \ln \left(\frac{1}{S} \right) = g_{th} l_g \quad \therefore$$

$$\frac{I_2}{I_s} = \frac{(g_0 - g_{th}) l_g}{1 - e^{-g_{th} l_g}}$$

$$e \quad I_{out} = I_2 \times T_b \times T_2$$

Agora, note que $I_{out} = I_s \cdot T_b \cdot T_2 \cdot \frac{(n_0 - n_{th}) L_g}{1 - S}$ (197)

e que S , n_{th} e T_2 dependem de T_2 , portanto, se T_2 é muito pequeno, $1 - S$ pode ser pequeno, mas T_2 reduz I_{out} , se T_2 é grande, S diminui e I_{out} também. Ou seja, existe um T_2 ótimo para o espelho de saída.

De forma geral, basta derivar a equação acima como função de T_2 e achar T_2 p/ I_{out} máximo. Mas isso pode ser complicado. ~~Em~~ Em alguns casos podemos simplificar:

1.) High-Q laser (baixa perda) $S \rightarrow 1$:

Assim, $\lim_{S \rightarrow 1} \frac{1}{S} \approx 1 - S$ e

$$I_{out} \approx T_b \cdot T_2 \cdot I_s \cdot \left[\frac{n_0 L_g - (1 - S)}{(1 - S)} \right] = T_b \cdot I_s \cdot \left\{ T_2 \cdot \left[\frac{n_0 L_g}{1 - S} - 1 \right] \right\}$$

$$1 - S = 1 - \overset{1-T_2}{\underbrace{R_1 R_2 R_3 R_4 T_a T_b}} e^{-\alpha L} = \frac{L}{\underbrace{1 - R_1 R_3 R_4 T_a T_b e^{-\alpha L}}_{\substack{\text{se } e^{-\alpha L} \text{ é muito pequeno} \\ \text{primeiro termo é } \approx 1}}} + T_2$$

$$\therefore 1 - S = L + T_2$$

$\hookrightarrow$ todas as outras perdas.

Com isso, $I_{\text{out}} = T_b I_s \cdot \left\{ T_2 \cdot \left[\frac{g_0}{L + T_2} - 1 \right] \right\}$

(198)

e $\frac{dI_{\text{out}}}{dT_2} = T_b I_s \cdot \left(\frac{g_0}{L + T_2} - 1 \right) + T_b I_s T_2 \cdot \left(\frac{-g_0}{(L + T_2)^2} \right) = 0$

$\therefore (L + T_2) \left(\frac{g_0}{(L + T_2)^2} - \frac{1}{(L + T_2)} \right) - \cancel{T_2 \frac{g_0}{(L + T_2)^2}} = 0$

$= \frac{g_0 L}{(L + T_2)^2} = 1 \quad \therefore \boxed{T_{2, \text{máx}} = \sqrt{g_0 L} - L}$

e $I_{\text{out, máx}} = T_b I_s \cdot \frac{(\sqrt{g_0 L} - L)}{\sqrt{L}(\sqrt{g_0} - \sqrt{L})} \cdot \left[\frac{\frac{\sqrt{g_0} - \sqrt{L}}{\sqrt{L}}}{\sqrt{L} + \sqrt{g_0 L} \frac{\sqrt{g_0} - \sqrt{L}}{\sqrt{L}}} - 1 \right]$

$I_{\text{out, máx}} = T_b I_s \cdot [\sqrt{g_0} - \sqrt{L}]^2$

Se $g_0 \gg L$, então: $I_{\text{out, máx}} \approx T_b I_s g_0 = T_b I_s \cdot g_0 l_g$

O outro limite é quando o ganho é alto e as perdas também

Nesse caso $S \approx 1$ e podemos chamar de div ~~total~~
o coeficiente de perdas internas de modo que

$$S = R_1 \dots R_4 \cdot T_a \cdot T_b \cdot e^{-\alpha_{in} l_g} (1 - T_2) = e^{-\alpha_{in} l_g} (1 - T_2) \quad (199)$$

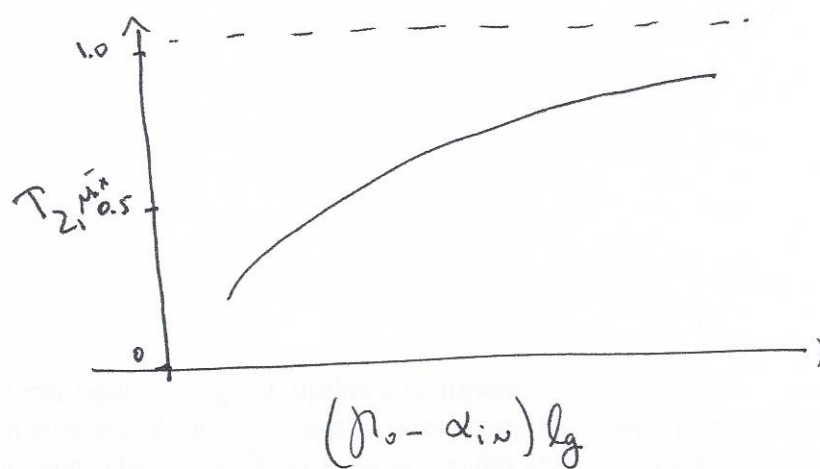
$$\therefore \ln \frac{1}{S} = \alpha_{in} \cdot l_g + \ln \left[\frac{1}{1 - T_2} \right] \cdot e$$

$$e \cdot I_{out} = T_b \cdot T_s \cdot T_2 \cdot \left[\frac{\rho_0 l_g - \alpha_{in} l_g - \ln \left(\frac{1}{1 - T_2} \right)}{1 - S} \right]$$

$$\text{ou } I_{out} = T_b T_s \cdot \left[T_2 \cdot \left[(\rho_0 - \alpha_{in}) l_g - \ln \left(\frac{1}{1 - T_2} \right) \right] \right]$$

$$\text{também } \frac{dI_{out}}{dT_2} = T_b T_s \cdot \left[(\rho_0 - \alpha_{in}) l_g - \ln \left(\frac{1}{1 - T_2} \right) - \frac{T_2}{1 - T_2} \right] = 0$$

$$\therefore \left[\frac{T_2}{1 - T_2} + \ln \left(\frac{1}{1 - T_2} \right) = (\rho_0 - \alpha_{in}) l_g \right]$$



ou seja, $T_{2, \text{máx}}$ pode ser bem alto!