FI264/F025 – Fundamentos da teoria quântica
Lista 10 – (02/2019)

1. Um estado arbitrário de um sistema de dois qubits pode ser escrito como

$$\rho = \frac{1}{4}\left(\mathbb{1}\otimes\mathbb{1} + \vec{r}.\vec{\sigma}\otimes\mathbb{1} + \mathbb{1}\otimes\vec{s}.\vec{\sigma} + \sum_{i,j=1}^{3} T_{ij}\sigma_i\otimes\sigma_j\right), \tag{1}$$

onde $|\vec{r}| \leq 1$ e $|\vec{s}| \leq 1$.

Suponha que uma medição projetiva $\left\{E_{0|x}, E_{1|x}\right\}$, onde $E_{0|x} = \frac{1}{2}\left(\mathbb{1} + \vec{e}_x.\vec{\sigma}\right)$ e $|\vec{e}_x| = 1$, é realizada sobre o subsistema de Alice.

(a) Mostre que a probabilidade de Alice obter o resultado $a = 0$ é

$$p\left(0|x\right) = \frac{1}{2}\left(1 + \vec{r}.\vec{e}_x\right). \tag{2}$$

(b) Mostre que o estado normalizado do subsistema de Bob, após a obtenção do resultado $a = 0$ na medição realizada por Alice, é

$$\rho_B\left(0|x\right) = \frac{1}{2}\left(\mathbb{1} + \vec{w}_x.\vec{\sigma}\right), \tag{3}$$

onde

$$\vec{w}_x = \frac{1}{2p\left(0|x\right)}\left(\vec{s} + T^T\vec{e}_x\right). \tag{4}$$

O conjunto de todos os vetores $\vec{w}_x$ para todas as medições projetivas x forma um elipsóide contido na bola de Bloch do subsistema de Bob, conhecido como *elipsóide de steering* do estado ρ. É possível mostrar que um estado ρ de dois qubits é separável se, e somente se, seu elipsóide de steering está inscrito em algum tetraedro contido na bola de Bloch.

2. Considere o *assemblage* obtido pelas medições dos observáveis $A_0 = \sigma_x$ e $A_1 = \sigma_z$ sobre o qubit de Alice, parte de um sistema de dois qubits em um estado maximamente emaranhado. Encontre a desigualdade ótima que certifica que este *assemblage* não admite modelo LHS.