

Renormalização Implícita e Explícita da Interação Nucleon-Nucleon

Sérgio Szpigel ⁽¹⁾

Varese S. Timóteo ⁽²⁾ e Enrique R. Arriola ⁽³⁾

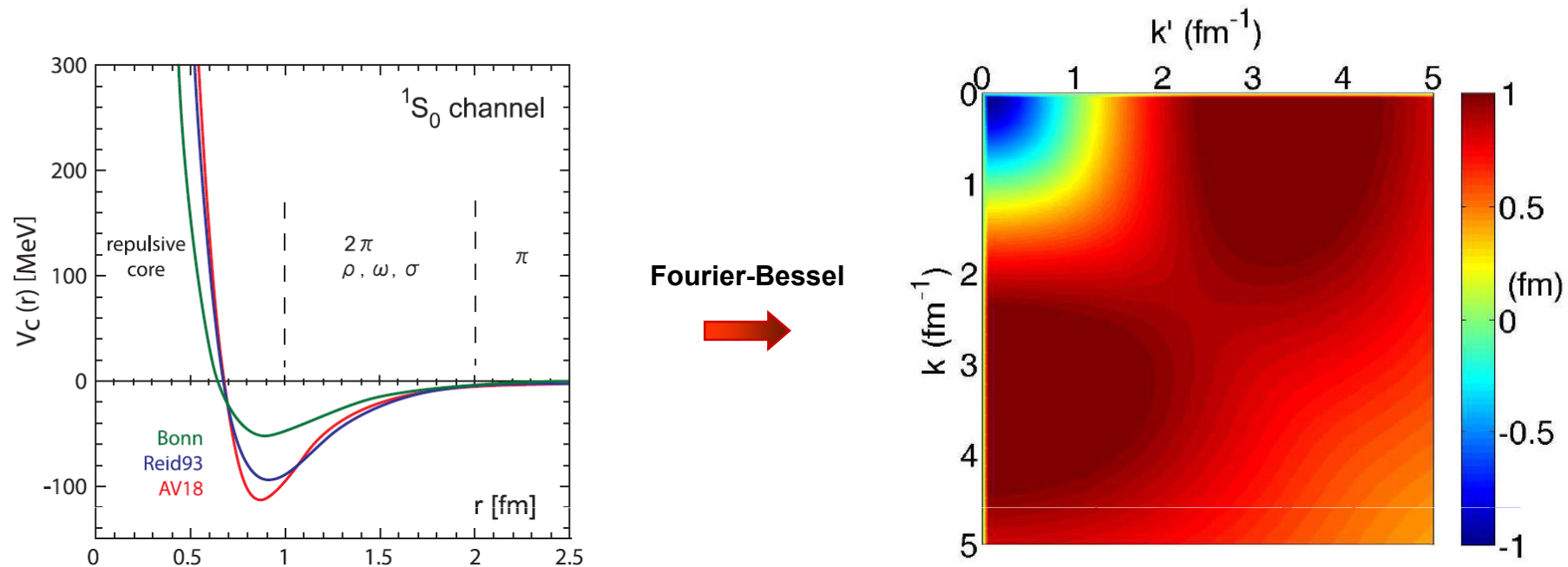
⁽¹⁾ Escola de Engenharia, Universidade Presbiteriana Mackenzie

⁽²⁾ Faculdade de Tecnologia, Universidade Estadual de Campinas

⁽³⁾ Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear, Universidad de Granada

Fevereiro / 2014

Interação Nucleon-Nucleon



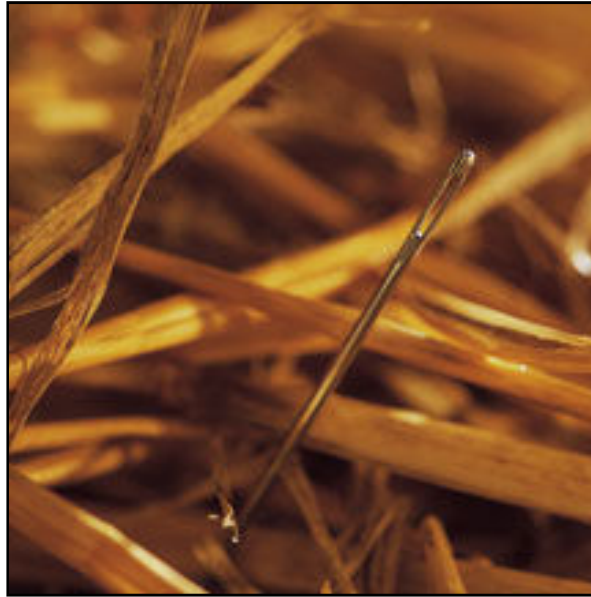
Potenciais NN realísticos de alta precisão utilizados para descrever dados de espalhamento elástico abaixo do threshold de produção de píons - $k \leq \sqrt{m_\pi M_N} \sim 400 \text{ MeV}$ ($E_{lab} \leq 350 \text{ MeV}$):

- Nijmegen I e II: [V. G. J. Stoks, R. A. M. Klomp, C. P. F. Terheggen and J. J. de Swart, Phys. Rev. C 49, 2950 (1994)]
- Argonne V18: [R. B. Wiringa, V. G. J. Stoks and R. Schiavilla, Phys. Rev. C 51, 38 (1995)]
- CD-Bonn: [R. Machleidt, Phys. Rev. C 63, 024001 (2001)]

Forte **repulsão de curto alcance** (hard core) e forte **interação tensorial de curto alcance**.

➔ acoplamento significativo entre graus de liberdade de baixo momento ($k \leq 2 \text{ fm}^{-1}$) e de alto momento ($k \geq 2 \text{ fm}^{-1}$) - **elementos de matriz off-diagonal**.

Interação Nucleon-Nucleon



Idéia equivocada:

Os **detalhes** da dinâmica dos graus de liberdade de alta energia ($k \geq 2 \text{ fm}^{-1}$) são relevantes para o cálculo de observáveis no regime de baixas energias ($k \leq 2 \text{ fm}^{-1}$).

Potenciais NN realísticos → dificuldades em **cálculos de estrutura nuclear**:

- Sistemas nucleares de poucos e muitos corpos são **altamente não-perturbativos**.
- Funções de onda de muitos corpos apresentam **fortes correlações de curto alcance**.

□ **Abordagem alternativa:**

Teorias Efetivas: parametrização das forças nucleares na forma de uma expansão em baixas energias de interações efetivas fenomenológicas de curto alcance.

[J. Goldstone, Proc. Roy. Soc. Lond. A 239, 267(1957)]

[M. Moshinsky, Nucl. Phys. 8, 19 (1958)]

[T. Skyrme, Nucl. Phys. 9, 615 (1959)]

[H. S. Köhler, Phys. Rev. 137, B1145 (1965)]

[D. M. Brink and E. Boeker, Nucl. Phys. A91, 1 (1967)]

[S. A. Moszkowski, Phys. Rev. C2, 402 (1970)]

[D. Vautherin, D. M. Brink, Phys. Rev. C5 (1972) 626]

[J. Decharge and D. Gogny, Phys. Rev. 21, 1568 (1980)]

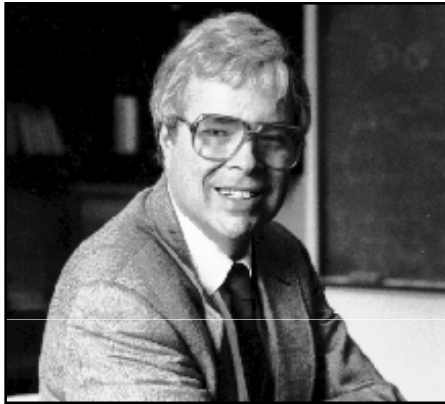
→ os detalhes microscópicos não são explicitamente considerados.

→ nenhuma conexão direta com a **QCD**.

→ **a parametrização não é única:** em princípio, há um número infinito de conjuntos de parâmetros fixados através do ajuste de dados para propriedades nucleares.

Teorias Efetivas e Grupo de Renormalização

Nas últimas duas décadas uma intensa reformulação do problema de muitos corpos nuclear e da determinação de interações nucleares efetivas tem ocorrido, motivada pelas idéias do **Grupo de Renormalização de Wilson**.



[K. G. Wilson, Phys. Rev. D2 (1970), 1438; Phys. Rev. D3, 1818 (1971)]

[K. G. Wilson and M. E. Fisher, Phys. Rev. Lett. 28, 240 (1972)]

[K. G. Wilson and J. B. Kogut, Phys. Rep. 12C, 75 (1974)]

[K. G. Wilson, Rev. Mod. Phys. 47, 773 (1975); Adv. Math. 16, 170 (1975)]

[K. G. Wilson, Rev. Mod. Phys. 55, 583 (1983)]

Fornece uma abordagem pragmática de problemas que envolvem um número muito grande (ou infinito) de graus de liberdade acoplados que podem ser classificados segundo **escalas de distância ou energia**.

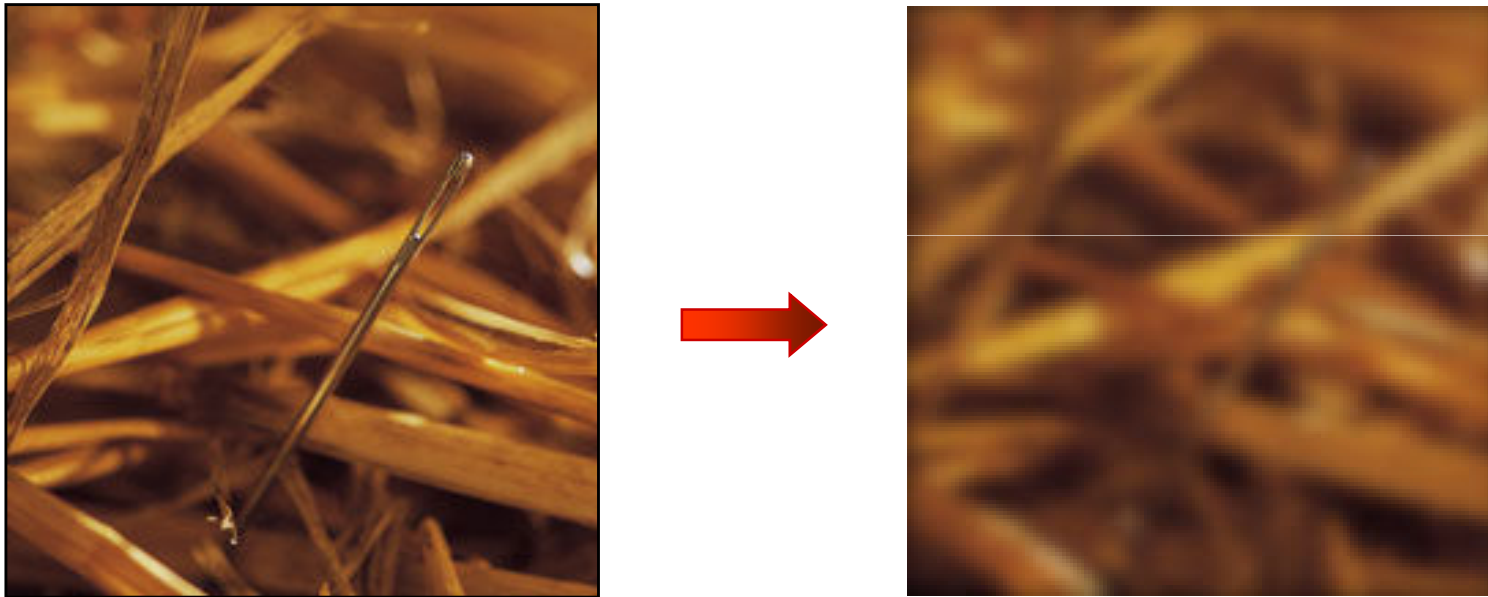
➔ A natureza não-perturbativa das forças nucleares é fortemente dependente da **escala de resolução**: por exemplo, um cutoff em momento Λ que separa os graus de liberdade de baixa e alta energia.

Quando a resolução diminui, as correlações de curto alcance são reduzidas !!!

Teorias Efetivas e Grupo de Renormalização

❑ Filosofia das Teorias Efetivas e dos Métodos de Renormalização:

Física em escalas de **baixa energia / longa distância** é insensível aos detalhes da dinâmica de graus de liberdade em escalas de **alta energia / curta distância**.



É possível substituir a estrutura de curta distância por algo mais simples (**diminuir a resolução**) sem distorcer as observações de longa distância.

Teorias Efetivas e Grupo de Renormalização

□ Chiral Effective Field Theory (ChEFT)



[S. Weinberg, Physica 96 A, 327 (1979)]

[S. Weinberg, Phys. Lett. B 251, 288 (1990)]

[S. Weinberg, Nucl. Phys. B 363, 3 (1991)]

[S. Weinberg, Phys. Lett. B 295, 114 (1992)]

Fornece uma descrição sistemática e independente de modelo para as forças nucleares no regime de **baixas energias**, consistente com a **QCD**.

▪ **Estado da arte:** potenciais NN em next-to-next-to-next-to-leading Order (N³LO)

[D. R. Entem and R. Machleidt, Phys. Rev. C 68, 041001 (2003)]

[E. Epelbaum, W. Glöckle and U. G. Meißner, Nucl. Phys. A 747, 362 (2005)]

➔ Permitem obter uma descrição acurada dos dados de espalhamento NN para energias até $E_{lab} \sim 300 MeV$, com $\chi^2/d.o.f. \sim 1$ comparável ao dos potenciais fenomenológicos de alta-precisão como o **Argonne V18** e o **Nijmegen II**.

➔ Forças de **3N** em N³LO e N⁴LO ainda estão em construção.

Teorias Efetivas e Grupo de Renormalização

Do ponto de vista do **Grupo de Renormalização**, as interações efetivas para uma teoria com um cutoff Λ podem ser obtidas através de duas formas complementares:

- **Renormalização Implícita:**

Os parâmetros das **interações efetivas** para um dado cutoff Λ são fixados através do ajuste de dados para observáveis em baixa energia.

- **Renormalização Explícita:**

Os graus de liberdade de alta energia, correspondentes a momentos maiores que um dado cutoff Λ , são integrados explicitamente.

Como se comparam as interações efetivas obtidas através dessas duas formas?

[Arriola, E. R., Szpigel, S., Timóteo, V. S., Phys. Lett. B 728, 596 (2014)]

□ Renormalização Implícita

- Teoria efetiva com interações de contato em NLO:

$$V_{\Lambda}(p', p) = C_0 + C_2(p^2 + p'^2)$$

- **Parâmetros:** ajuste dos valores experimentais para os coeficientes da **ERE**.

$$K_{\Lambda}(p', p) = V_{\Lambda}(p', p) + \frac{2}{\pi} \int_0^{\Lambda} dq \frac{q^2 V_{\Lambda}(p', q)}{p^2 - q^2} K_{\Lambda}(q, p). \quad (\text{Lippmann-Schwinger Equation})$$

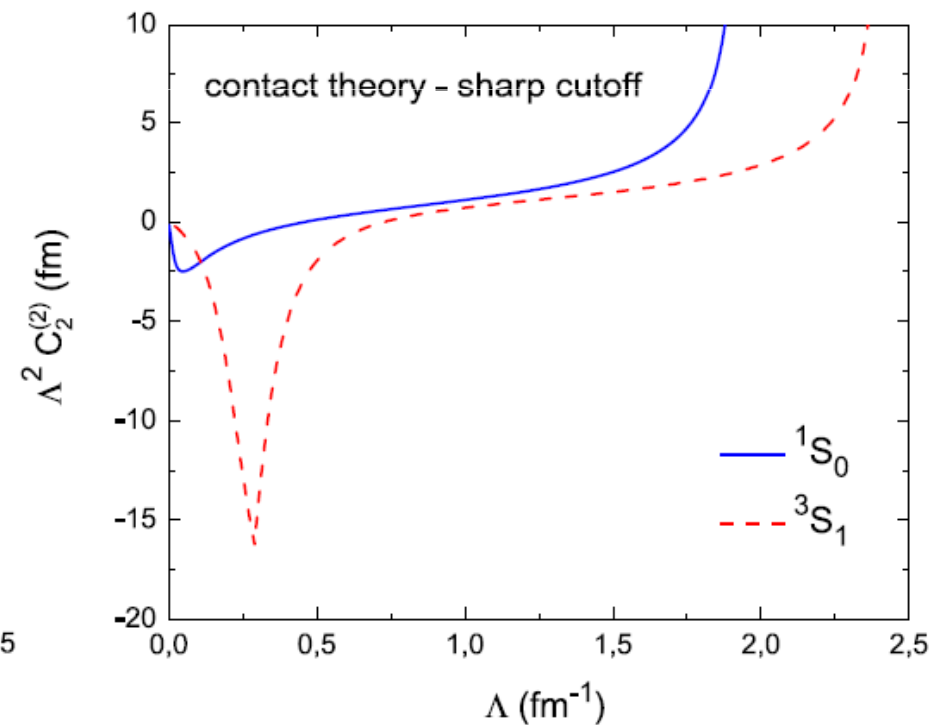
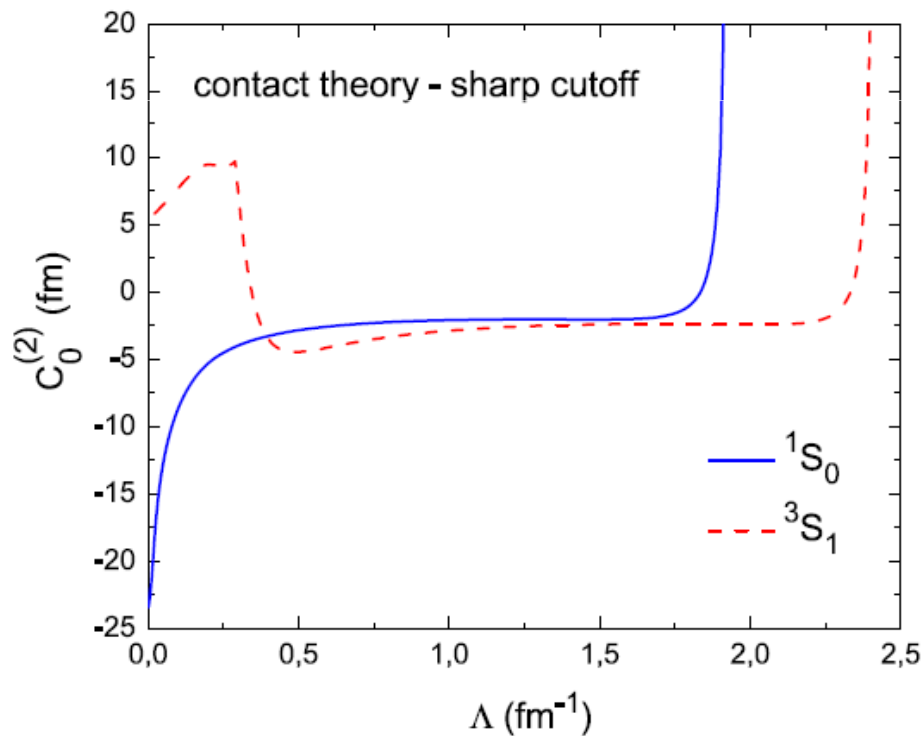
$$\begin{aligned} \frac{\tan \delta(p)}{p} = -K(p, p) & \quad \longrightarrow \quad p \cot \delta_{\Lambda}(p) = -\frac{1}{V_{\Lambda}(p, p)} \left[1 - \frac{2}{\pi} \int_0^{\Lambda} dq \frac{q^2}{p^2 - q^2} V_{\Lambda}(q, q) \right] \\ & = -\frac{1}{\alpha_0} + \frac{1}{2} r_0 p^2 + v_2 p^4 + \dots \end{aligned}$$

Renormalização Implícita

$$-\frac{1}{\alpha_0 \Lambda} = \frac{4(-2c_2^2 + 90\pi^4 + 15(3c_0 + 2c_2)\pi^2)}{9\pi(c_2^2 - 10c_0\pi^2)}$$

$$c_0 = 4\pi \Lambda C_0, \quad c_2 = 4\pi \Lambda^3 C_2$$

$$r_0 \Lambda = \frac{16(c_2^2 + 12\pi^2 c_2 + 9\pi^4)}{\pi(c_2 + 6\pi^2)^2} - \frac{12c_2(c_2 + 12\pi^2)}{(c_2 + 6\pi^2)^2} \frac{1}{\alpha_0 \Lambda} + \frac{3c_2\pi(c_2 + 12\pi^2)}{(c_2 + 6\pi^2)^2} \frac{1}{\alpha_0^2 \Lambda^2}$$



□ Renormalização Explícita

- $V_{\text{low-k}}$: evolução com um cutoff em energia.

[A. Nogga, S. K. Bogner e A. Schwenk, Phys. Rev. C 70, 061002(R) (2004)]

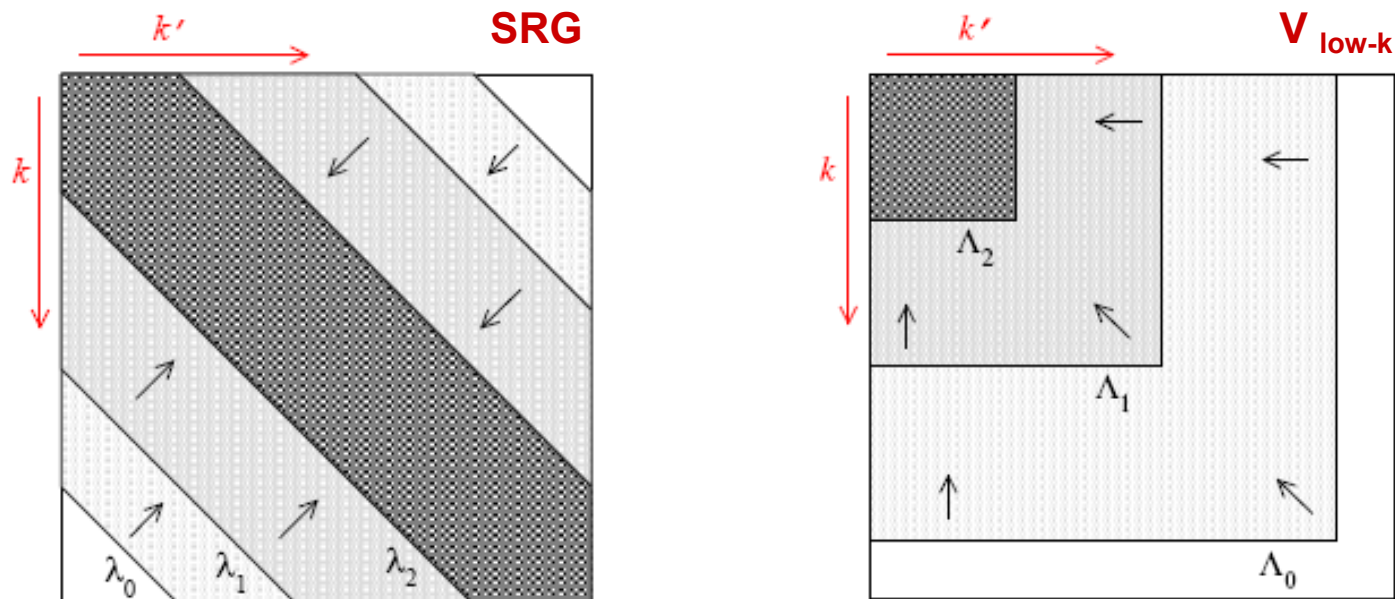
[S. K. Bogner, A. Schwenk, R. J. Furnstahl e A. Nogga, Nucl., Phys. A763, 59 (2005)]

[S. K. Bogner, R. J. Furnstahl, S. Ramanan e A. Schwenk, Nucl. Phys. A773, 203 (2006); A784, 79 (2007)]

- **Similarity Renormalization Group (SRG)**: evolução com um cutoff em diferenças de energia.

[S. D. Glazek and K. G. Wilson, Phys. Rev. D48, 5863 (1993); Phys. Rev. D49, 4214 (1994)]

[F. Wegner, Ann. Physik 3, 77 (1994)]



Grupo de Renormalização de Similaridade

□ SRG em Física Nuclear

[S.K. Bogner, R.J. Furnstahl, and R.J. Perry, Phys. Rev. C 75, 061001(R) (2007)]

[S.K. Bogner, R.J. Furnstahl, R.J. Perry, and A. Schwenk, Phys. Lett. B 649, 488 (2007)]

[E. D. Jurgenson, S. K. Bogner, R. J. Furnstahl and R. J. Perry, Phys. Rev. C 78, 014003 (2008)]


[E. D. Jurgenson, P. Navratil, and R. J. Furnstahl, Phys. Rev. Lett. 103, 082501 (2009)]

[S. K. Bogner, R. J. Furnstahl and A. Schwenk, Prog. Part. Nucl. Phys. 65, 94 (2010)]

[S. Szpigel, V. S. Timóteo, and F. O. Durães, Annals of Physics (Print), v. 326, 364 (2011)]

[V. S. Timóteo, S. Szpigel and E. R. Arriola, Phys. Rev. C 86, 034002 (2012)]

[E. R. Arriola, V. S. Timoteo, and S. Szpigel, PoS CD12, 106 (2013)]

- SRG + $V_{\text{low-k}}$**
- **Desacoplamento** dos de graus de liberdade de baixa e alta-energia.
 - **Enfraquecimento** da repulsão de curto alcance e das forças tensoriais, melhorando a convergência em cálculos perturbativos e variacionais para sistemas nucleares de poucos e muito corpos.
- SRG**
- **A evolução é unitária**, preservando os observáveis para todas as energias.
 - **Todos os operadores** são evoluídos pela mesma transformação.
-  incluindo operadores de muitos corpos.

Grupo de Renormalização de Similaridade

□ Formulação de Wegner para o SRG

▪ Equação de Fluxo:

$$\hat{H}_s = U(s) H U^\dagger(s) = T + V_s$$

▪ **Parâmetro de Fluxo:** $s = 1/\lambda^4$ ($0 \leq s \leq \infty$)

λ : cutoff com dimensões de momento

$$\frac{d\hat{H}_s}{ds} = [\hat{H}_s, \eta_s]$$

▪ **Condição de contorno:** $\lim_{s \rightarrow s_0} \hat{H}_s = \hat{H}_{s_0}$

▪ Gerador na Formulação Original de Wegner:

$$\eta_s = [\hat{H}_s, \hat{H}_D] \quad \hat{H}_D : \text{parte diagonal do hamiltoniano}$$

▪ Gerador com o Operador de Energia Cinética:

$$\eta_s = [\hat{H}_s, T]$$

Grupo de Renormalização de Similaridade

- Gerador Block-Diagonal:

$$\eta_s = [G_s, H_s] = \begin{pmatrix} 0 & P\eta_s Q \\ Q\eta_s P & 0 \end{pmatrix}$$

$$H_s \equiv \begin{pmatrix} PH_s P & PH_s Q \\ QH_s P & QH_s Q \end{pmatrix} \quad G_s = H_s^{\text{BD}} \equiv \begin{pmatrix} PH_s P & 0 \\ 0 & QH_s Q \end{pmatrix}$$

P : operador de projeção no espaço de baixos momentos ($p < \Lambda$) .

Q : operador de projeção no espaço de altos momentos ($p > \Lambda$) .

Em uma base de ondas parciais no espaço de momento relativo:

$$P \equiv \theta(\Lambda - p); \quad Q \equiv \theta(p - \Lambda)$$

Grupo de Renormalização de Similaridade

▪ Equação de Fluxo:

$$\begin{pmatrix} \frac{d}{ds}[PV_sP] & \frac{d}{ds}[PV_sQ] \\ \frac{d}{ds}[QV_sP] & \frac{d}{ds}[QV_sQ] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P\eta_sQH_sP - PH_sQ\eta_sP & P\eta_sQH_sQ - PH_sP\eta_sQ \\ Q\eta_sPH_sP - QH_sQ\eta_sP & Q\eta_sPH_sQ - QH_sP\eta_sQ \end{pmatrix}$$

▪ Limite infravermelho:

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} V_\lambda = PV_{\text{low } k}P + QV_{\text{high } k}Q = \begin{pmatrix} V_{\text{low } k} & 0 \\ 0 & V_{\text{high } k} \end{pmatrix}$$

➡ os espaços P e Q são **completamente desacoplados**.

Evolução unitária: $\delta_\lambda(p) = \delta(p)$

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \delta_\lambda(p) = \delta_{\text{low } k}(p) + \delta_{\text{high } k}(p)$$

$$\delta_{\text{low } k}(p) = \delta(p)\theta(\Lambda - p) \quad \delta_{\text{high } k}(p) = \delta(p)\theta(p - \Lambda)$$

Grupo de Renormalização de Similaridade

□ Potencial Inicial (Bare)

- **Toy-model:** potencial NN separável para ondas S: $\alpha = {}^1S_0, {}^3S_1$

$$V_\alpha(p, p') = C_\alpha e^{-(p^2 + p'^2)/L_\alpha^2}$$

- **Parâmetros:** ajuste dos valores experimentais para os coeficientes da ERE.

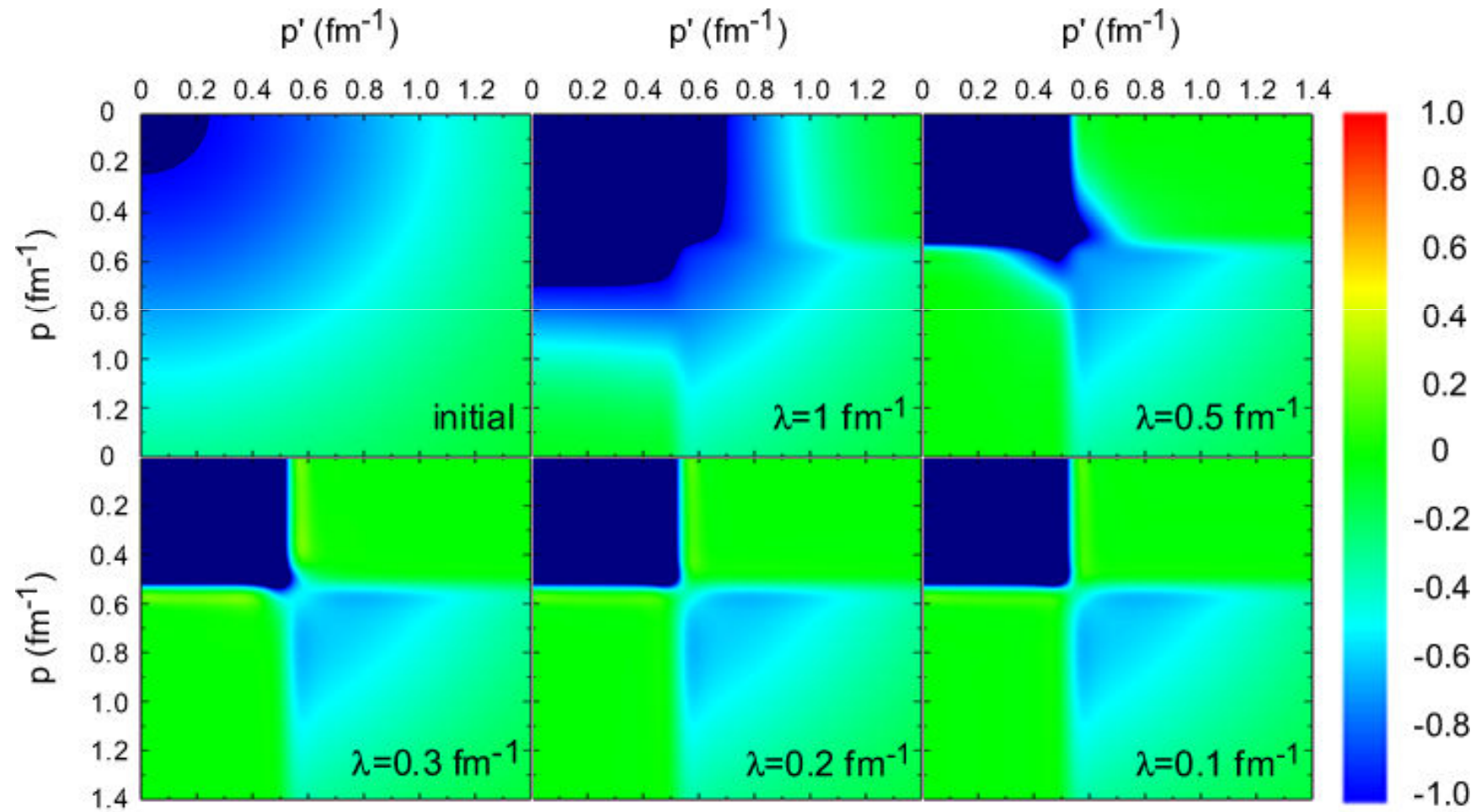
$$K(p', p) = V(p', p) + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty dq \frac{q^2 V(p', q)}{p^2 - q^2} K(q, p) \quad (\text{Lippmann-Schwinger Equation})$$

$$p \cot \delta_\alpha(p) = -\frac{1}{V_\alpha(p, p)} \left[1 - \frac{2}{\pi} \int_0^\infty dq \frac{q^2}{p^2 - q^2} V_\alpha(q, q) \right] = -\frac{1}{\alpha_0} + \frac{1}{2} r_0 p^2 + v_2 p^4 + \dots$$

Parameter	α_0	r_0	C	L
Units	(fm)	(fm)	(fm)	(fm ⁻¹)
1S_0	-23.74	2.77	-1.9158	0.6913
3S_1	5.42	1.75	-2.3006	0.4151

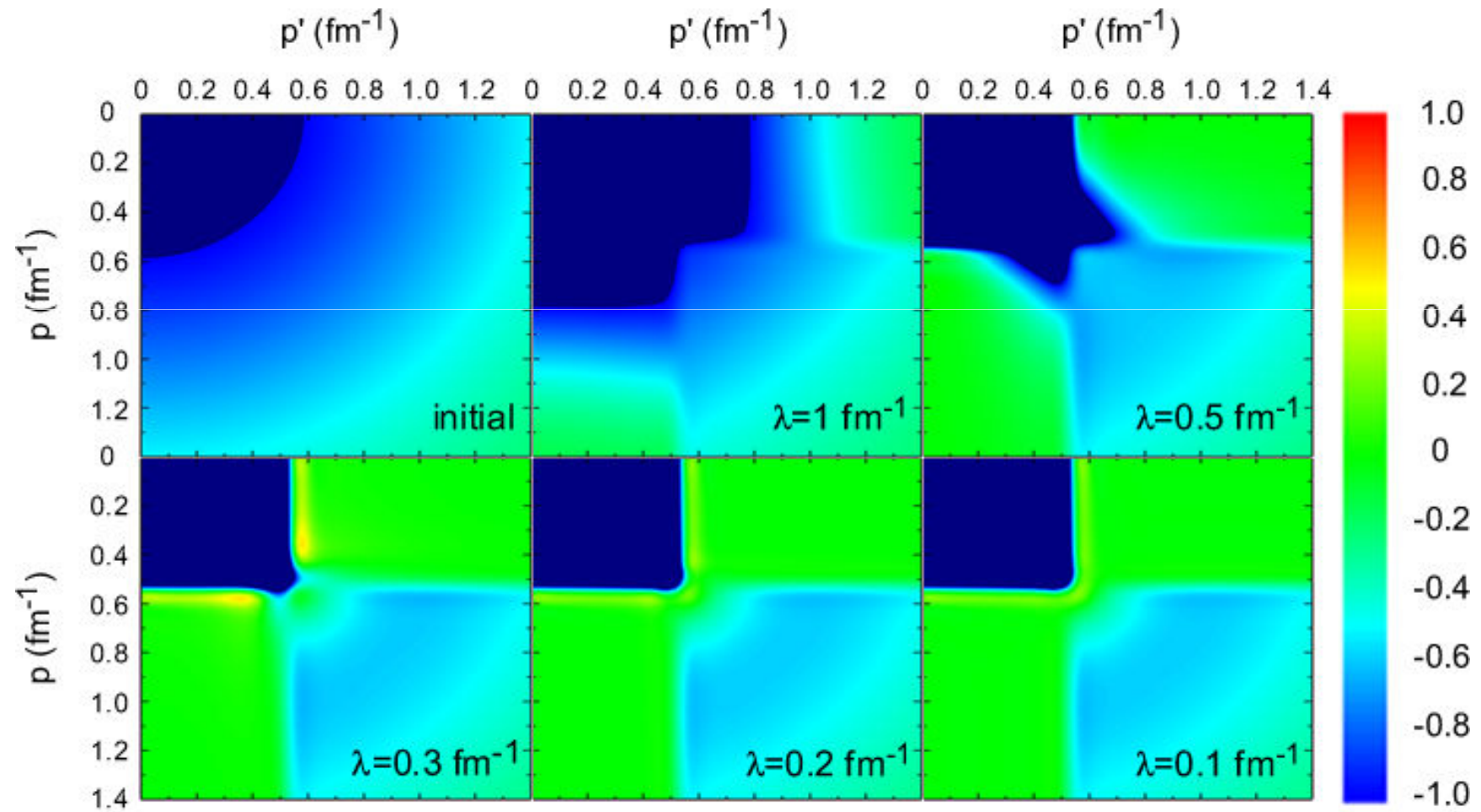
Grupo de Renormalização de Similaridade

Canal $^1S_0 - \Lambda = 0.5 \text{ fm}^{-1}$



Grupo de Renormalização de Similaridade

Canal ${}^3S_1 - \Lambda = 0.5 \text{ fm}^{-1}$



Renormalização Explícita X Renormalização Implícita

□ Renormalização Explícita

Ajuste do potencial evoluído com o BD-SRG a uma forma polinomial:

$$V_{\lambda,\Lambda}(p, p') = \tilde{C}_0 + \tilde{C}_2 (p^2 + p'^2) + \dots$$

- **Parâmetros:** ajuste dos elementos de matriz diagonais para baixos momentos.

□ Renormalização Implícita

Potencial de contato em NLO regularizado com um cutoff smooth:

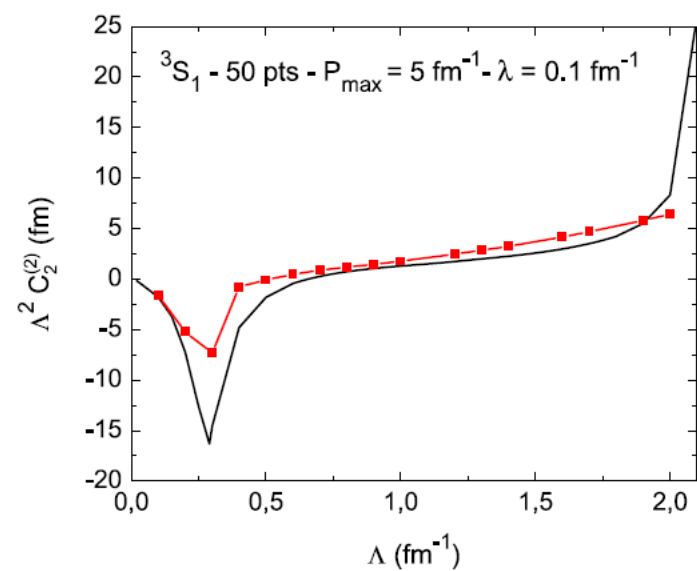
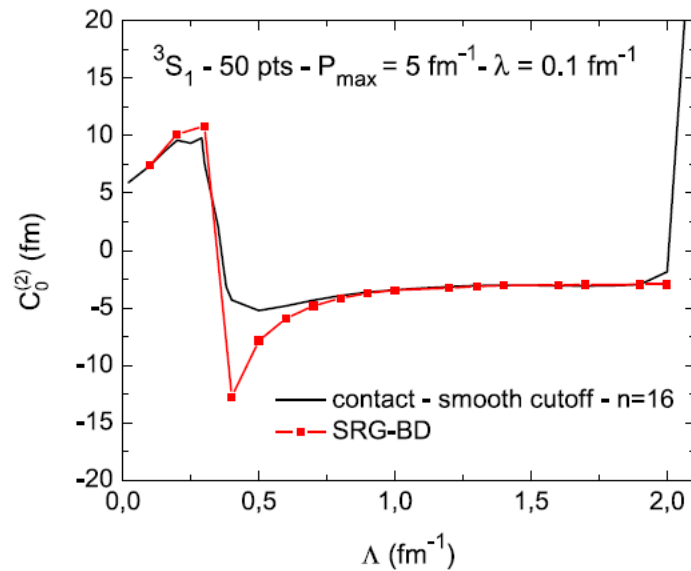
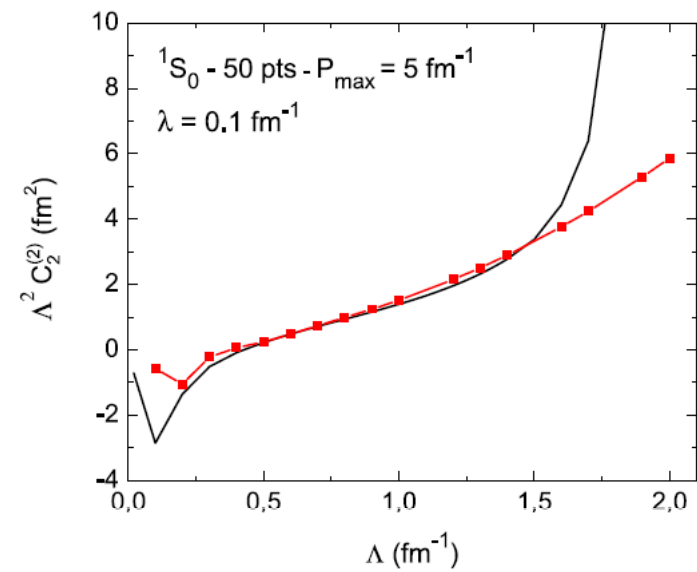
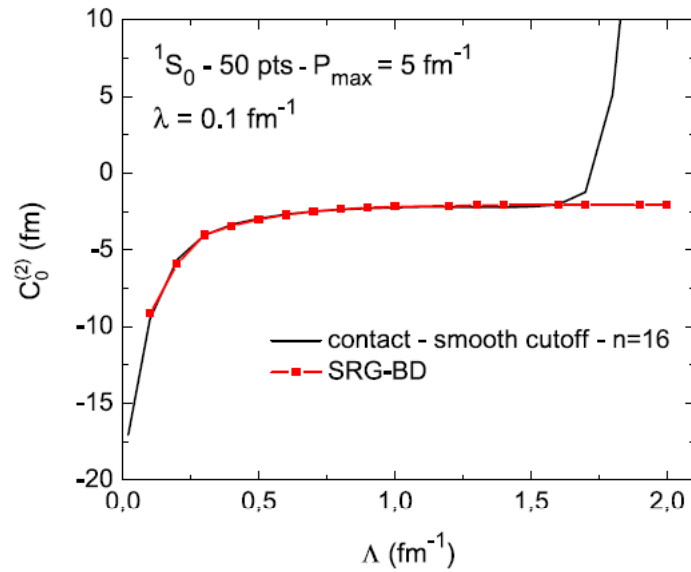
$$V_{\Lambda}(p', p) = [C_0 + C_2(p^2 + p'^2)] \exp[-(p/\Lambda)^{2n}] \exp[-(p'/\Lambda)^{2n}]$$

- **Parâmetros:** ajuste dos valores experimentais para os coeficientes da **ERE**.

COMPARAÇÃO: running dos parâmetros com o cutoff Λ .

$$\longrightarrow [C_0(\Lambda), C_2(\Lambda)] \times [\tilde{C}_0(\lambda \rightarrow 0; \Lambda), \tilde{C}_2(\lambda \rightarrow 0; \Lambda)]$$

Renormalização Explícita X Renormalização Implícita



Sumário e Perspectivas Futuras

Boa concordância entre os parâmetros $[C_0(\Lambda), C_2(\Lambda)]$ e $[\tilde{C}_0(\lambda \rightarrow 0; \Lambda), \tilde{C}_2(\lambda \rightarrow 0; \Lambda)]$ em uma extensa faixa de cutoffs:

$$0.5 \text{ fm}^{-1} \leq \Lambda \leq 1.5 \text{ fm}^{-1}$$

- ➔ associada ao **desacoplamento** dos espaços $P(p < \Lambda)$ e $Q(p > \Lambda)$ no limite $\lambda \rightarrow 0$.
- ➔ sugere que a **maior parte das interações efetivas** (e sua dependência com a escala) pode ser extraída diretamente de dados para observáveis NN em baixa energia.

□ Cálculos em andamento:

▪ Comparação entre renormalização implícita e explícita no caso de potenciais iniciais (bare) realísticos - **que incluem a interação de troca de um píon (OPE)** necessária para descrever dados de espalhamento NN para energias maiores e ondas parciais mais altas:

- ➔ determinar o papel desempenhado pela OPE no intervalo de cutoffs $m_\pi \leq \Lambda \leq \sqrt{m_\pi M_N}$ (**perturbativo ou não-perturbativo?**).

▪ Análise dos efeitos devidos à inclusão de interações de 3N.

- ➔ ingrediente essencial para obter uma descrição das forças nucleares em termos de interações efetivas que seja verdadeiramente **independente de modelo**.