Quebra dinâmica da simetria quiral e a massa dinâmica dos quarks.

Doutorando: Jeyner Castro Cardona
Orientadora: Dra. Arlene Cristina Aguilar
06/02/2014

Sumário

- Motivação
- Ferramentas não perturbativas: Rede e Equações de Schwinger-Dyson
- Quebra de Simetria Quiral
- Massa dinâmica dos quarks
- Conclusões

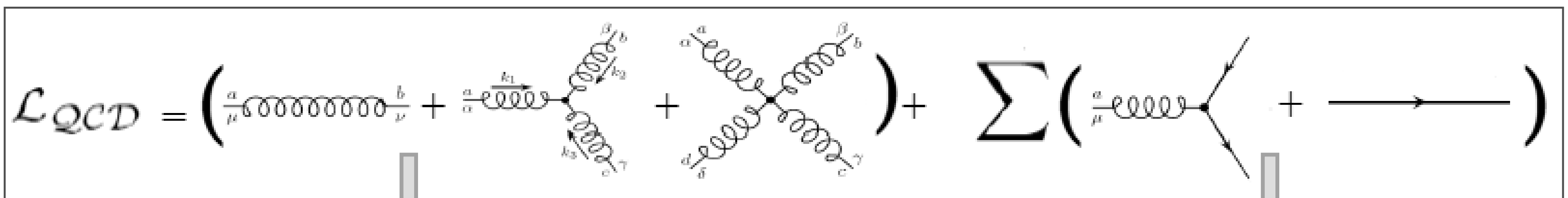
A Cromodinâmica Quântica - QCD

- QCD é a teoria que descreve as interações fortes.
- Ela descreve as forças entre quarks e gluons que formam os hádrons (prótons, nêutrons, píons, etc) que encontramos na natureza.
- A QCD tem dois regimes: o perturbativo (UV) e o não perturbativo (IR).
- Como os quarks e gluons se ligam para formar os hádrons é um problema que envolve a região não perturbativa da teoria.

Lagrangiana da QCD:

Teoria Não-Abeliana

$$\boxed{\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4} G^a_{\mu\nu} G^{a\mu\nu} + \sum_k^{n_f} \overline{q}_k (i\gamma^\mu D_\mu - m_k) q_k}$$



$$G^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g f^{abc} A^b_\mu A^c_\nu \,, \qquad D_\mu = \partial_\mu - igA^a_\mu \frac{\lambda^a}{2} \,,$$

λ^a são os geradores do grupo de simetria SU(3).

M. E. Peskin and D. V. Schroeder, "An Introduction to quantum field theory",
I. J. R. Aitchison and A. J. G. Hey, "Gauge theories in particle physics: a practical introduction."

Simetria Quiral

Se tomamos as massas dos quarks iguais a zero a lagrangiana pode se escrever

$$\boxed{\mathcal{L} = -\frac{1}{4}G^a_{\mu\nu}G^{a\mu\nu} + i\bar{q}_L\gamma^\mu D_\mu q_L + i\bar{q}_R\gamma^\mu D_\mu q_R,}$$

com

$$q_L = \frac{1}{2}(1-\gamma_5)q \quad , \quad q_R = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)q \, .$$

Esta lagrangiana é invariante sob as transformações quirais

$$q_L(x) \to e^{i\alpha_L \tau} q_L(x) \, , \qquad q_R(x) \to e^{i\alpha_R \tau} q_R(x),$$

α_L e α_R são constantes de fase reais.

Se incluímos o termo de massa na lagrangiana,

$$\boxed{m\bar{q}q \to m(\bar{q}_L q_R + \bar{q}_R q_L)}$$

a lagrangiana deixa de ser invariante sob as transformações quirais, neste caso dizemos que a simetria quiral é explicitamente quebrada.

Cheng and Li, " Gauge theory of elementary particle physics. "

Outra propriedade: A liberdade assintótica

A constante de acoplamento é dada por

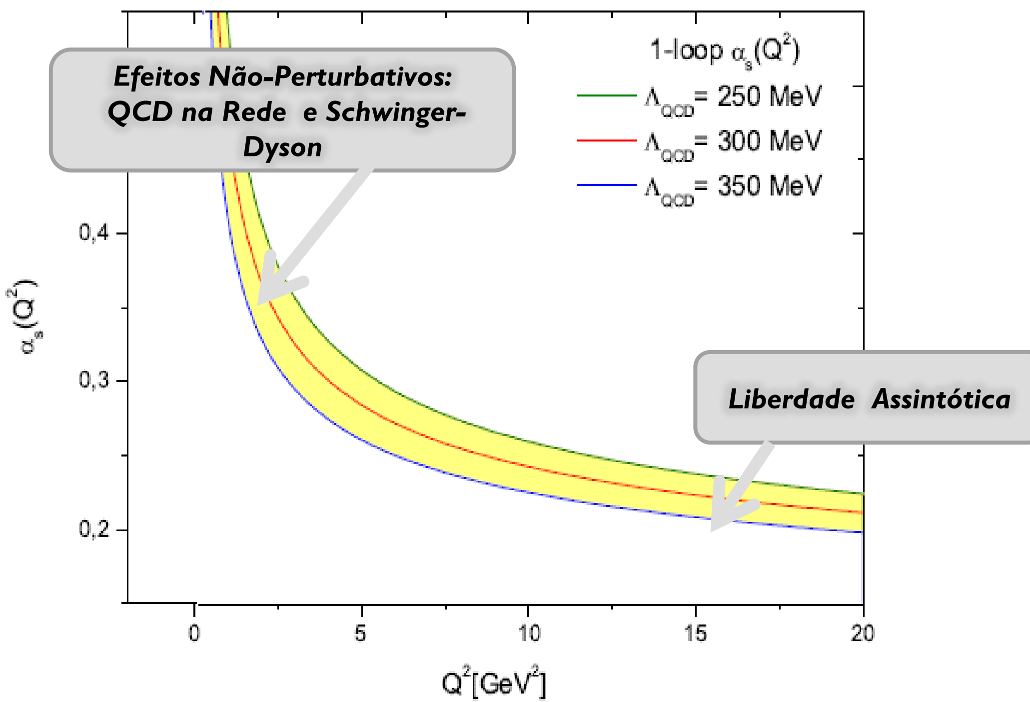
$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33-2n_f)\ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2_{QCD}}\right)}$$

Então , $\begin{cases} \alpha_s(Q^2) \longrightarrow 0 \\ Q^2 \longrightarrow \infty \end{cases}$

Se tem dois problemas em aberto na região não perturbativa da QCD que são:

❖ O Confinamento.

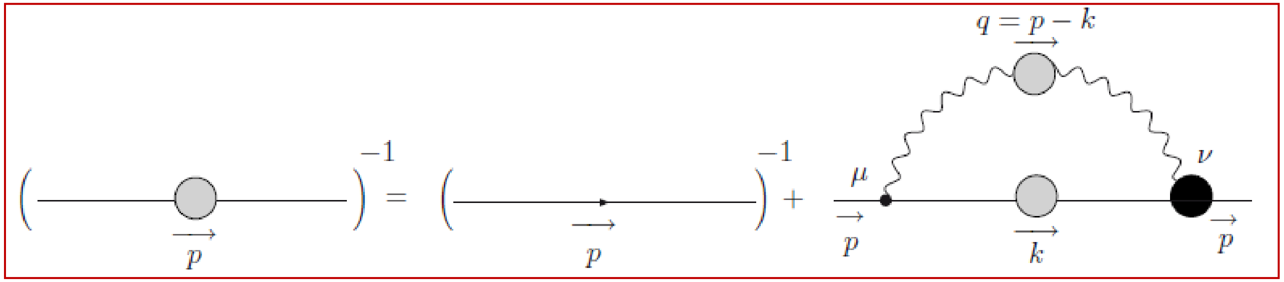
❖ A Geração de Massa.



D.J. Gross, F. Wilczek , Physical Review Letters 30 (26): 1343–1346 (1973),
H.D. Politzer Physical Review Letters 30 (26): 1346–1349 (1973).

Ferramentas não perturbativas

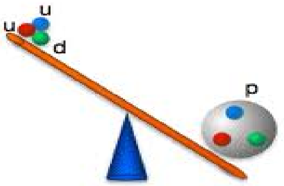
- QCD na rede.
  - Espaço-tempo é discretizado.
- Equações de Schwinger-Dyson.



  - Equações de movimento para as funções de Green off-shell.
  - Derivadas formalmente a partir do gerador funcional.
  - Sistema infinito de equações integrais não-lineares acopladas
  - Inerentemente não-perturbativa.
  - Esquema de truncamento auto-consistente precisa ser usado.

M.R. Pennington, J. Phys. Conf. Ser. 18, 1 (2005)

Quebra de simetria quiral

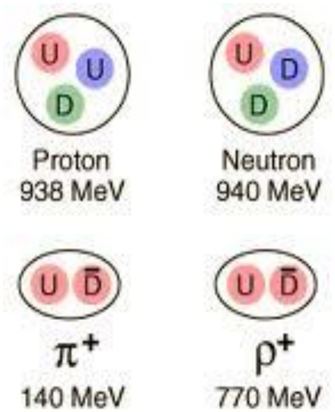


- Evidências experimentais mostram que as massas dos quarks up e down estão 1.7 − 3.1 MeV e 4.1 − 5.7 MeV respectivamente.

- São muito menores do que as massas típicas de qualquer núcleon.

- No caso do próton (uud) a soma da massa de repouso é 12 MeV enquanto que a massa do próton é 938 MeV (80 vezes maior).

- ***Os quarks constituintes são responsáveis somente por 2% da massa do próton, 98% é gerada dinamicamente.***

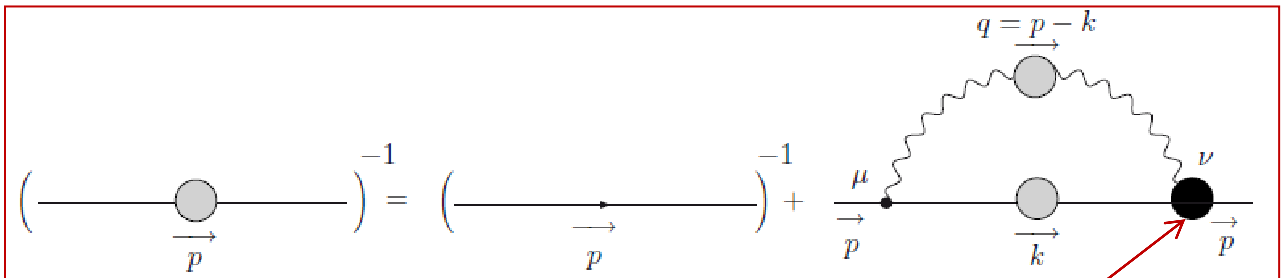


Geração dinâmica de massa para os quarks.

K. Nakamura et al. [Particle Data Group], J. Phys. G 37, 075021 (2010).

Equação de Schwinger-Dyson para o quark

- Ferramenta apropriada para estudar a geração de massa para o quark



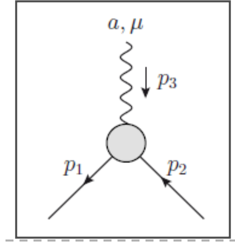
$$S^{-1}(p) = \not{p} - m_0 - iC_F\, g^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \gamma_\mu S(k) \Gamma_\nu(k,p) \Delta^{\mu\nu}(p-k)$$

$$S^{-1}(p) \; = \; A(p^2)\,\not{p} - B(p^2)\,, \qquad \Delta_{\mu\nu}(q) = -i\left[g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}\right]\Delta(q^2)\,,$$

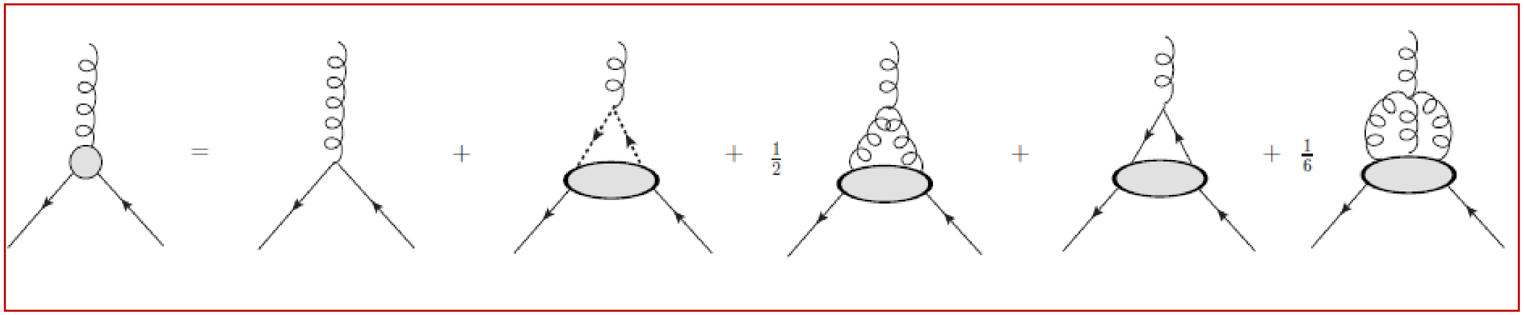
Propagador do quark completo **Propagador completo para o gluon**

- Equação acoplada para a $A(p^2)$ e $B(p^2)$ → $M(p^2) = B(p^2)/A(p^2)$.

Vértice quark-gluon



Equação de Schwinger-Dyson para o vértice quark glúon



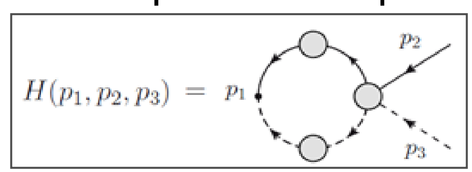
O vértice completo do quark-gluon satisfaz a identidade de Slavnov-Taylor – STI (não-Abeliana)

$$\boxed{p_3^{\mu}\Gamma_{\mu}(p_1,p_2,p_3) = F(p_3)[S^{-1}(-p_1)H(p_1,p_2,p_3) - \overline{H}(p_2,p_1,p_3)S^{-1}(p_2)]}$$

Função dressing do ghost

$$\boxed{D(q^2) = \frac{iF(q^2)}{q^2}}$$

O kernel de espalhamento quark-ghost



$$H(p_1,p_2,p_3) = \underline{X_0}\mathbb{I} + X_1\not{p}_1 + X_2\not{p}_2 + X_3\tilde{\sigma}_{\mu\nu}p_1^{\mu}p_2^{\nu}$$

R. Alkofer, C. S. Fischer, F. J. Llanes-Estrada and K. Schwenzer, Annals Phys. 324, 106 (2009).
W. J. Marciano and H. Pagels, Phys. Rept. 36, 137 (1978).

APROXIMAÇÃO ABELIANA

Substituindo $F(q)=1,\ H=1 \text{ e } \overline{H}=1,$ na identidade de Slavnov-Taylor → Ward

$$\boxed{p_3^{\mu}\Gamma_{\mu}(p_1,p_2,p_3) = S^{-1}(-p_1) - S^{-1}(p_2).}$$

O vértice a nível arvore $\Gamma_{\nu} \longrightarrow \gamma_{\nu}$ viola a identidade de Ward.

Vértice de Ball-Chiu

$$\Gamma_{\mathrm{BC}}^{\mu}(p_1,p_2,p_3) = \frac{A(p_1)+A(p_2)}{2}\gamma^{\mu} + \frac{(p_1-p_2)^{\mu}}{p_1^2-p_2^2}\left\{[A(p_1)-A(p_2)]\frac{\not{p}_1-\not{p}_2}{2}+[B(p_1)-B(p_2)]\right\},$$

Vértice Curtis-Pennington

$$\Gamma_{\mathrm{CP}}^{\mu}(p_1,p_2,p_3) = \Gamma_{\mathrm{BC}}^{\mu}(p_1,p_2,p_3) + \Gamma_{\mathrm{T}}^{\mu}(p_1,p_2,p_3),$$

onde

$$\Gamma_{\mathrm{T}}^{\mu}(p_1,p_2,p_3) = \frac{\gamma^{\mu}(p_2^2-p_1^2)-(p_1-p_2)^{\mu}(\not{p}_1+\not{p}_2)}{2d(p_1,p_2)}[A(p_2)-A(p_1)],$$

com

$$d(p_1,p_2) = \frac{1}{p_1^2+p_2^2}\left\{(p_2^2-p_1^2)^2+\left[\frac{B^2(p_2)}{A^2(p_2)}+\frac{B^2(p_1)}{A^2(p_1)}\right]^2\right\}.$$

J.S. Ball and T.W. Chiu, Phys.Rev. D 22, 2542 (1980).

Os vértices de Ball-Chiu e Curtis- Pennington ainda podem ser melhorados para a QCD (teoria não-abeliana) com as seguintes aproximações :

1) Substituindo na STI $\boxed{H(p_1,p_2,p_3)=\overline{H}(p_1,p_2,p_3)=1}$ e $\boxed{F(p_3)\neq 1}$ temos

$$\boxed{\Gamma_{1BC}(p_1,p_2,p_3)=F(p_3)\Gamma_{BC}(p_1,p_2,p_3)}$$

e

$$\boxed{\Gamma_{1CP}(p_1,p_2,p_3)=F(p_3)\Gamma_{CP}(p_1,p_2,p_3)}$$

2) E se $\boxed{H(p_1,p_2,p_3)\approx X_0^{[1]}(p_1,p_2,p_3)}$ e $\boxed{F(p_3)\neq 1}$ temos

$$\boxed{\Gamma_{2BC}(p_1,p_2,p_3)=F(p_3)X_0^{[1]}(p_3)\Gamma_{BC}(p_1,p_2,p_3)}$$

e

$$\boxed{\Gamma_{2CP}(p_1,p_2,p_3)=F(p_3)X_0^{[1]}(p_3)\Gamma_{CP}(p_1,p_2,p_3)}$$

A. C. Aguilar and J. Papavassiliou, Phys. Rev. D 83, 014013 (2011).

Substituindo o Ansätz do vértice quark-gluon e propagadores na ESD para o quark, teremos dois equações integrais da forma

$$A(p) = 1 + g^2 C_f \int d^4k \; R(q) K_A(p,q,k) A(k),$$

$$B(p) = m_0 + g^2 C_f \int d^4k \; R(q) K_B(p,q,k) B(k).$$

Para o kernel R(q) temos as aproximações de acordo ao Ansätz do vértice usado:

1) $\boxed{\Gamma_{1BC}(p,k,q)}$ ou $\boxed{\Gamma_{1CP}(p,k,q)}$ $\longrightarrow$ $\boxed{R(q) = \Delta(q) F(q)}$

2) $\boxed{\Gamma_{2BC}(p,k,q)}$ ou $\boxed{\Gamma_{2CP}(p,k,q)}$ $\longrightarrow$ $\boxed{R(q) = \Delta(q) F(q) X_0^{[1]}(q)}$

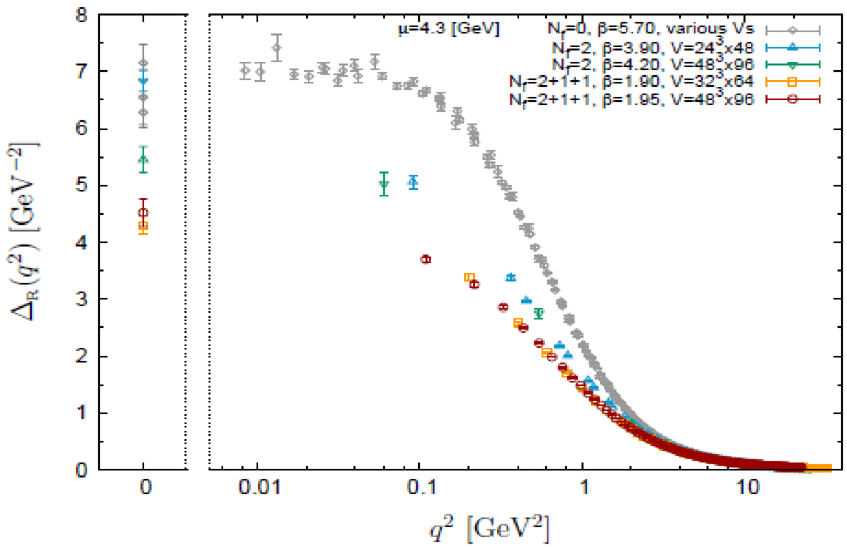
A massa do quark será dada por

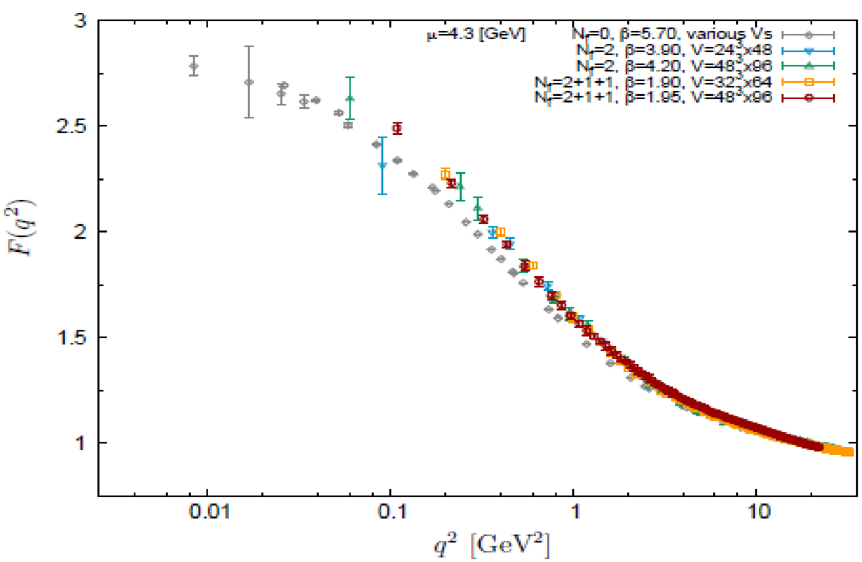
$$\boxed{\mathcal{M}(p^2) = B(p^2)/A(p^2)}$$

$B(p^2)=0$ simetria quiral está intacta.
$B(p^2)\neq 0$ simetria quiral quebrada.

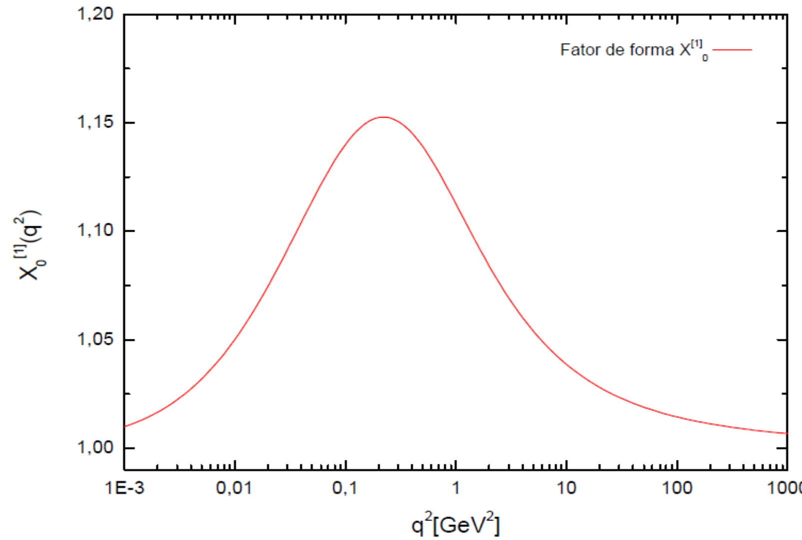
Análise numérica (Ingredientes)

Propagadores da rede quenched e unquenched





Fator de forma X



As massas dos quarks usados na rede são:

Nf=2, Mq=41,2 MeV.

Nf=2+1, Mq= (41,2 - 95) MeV.

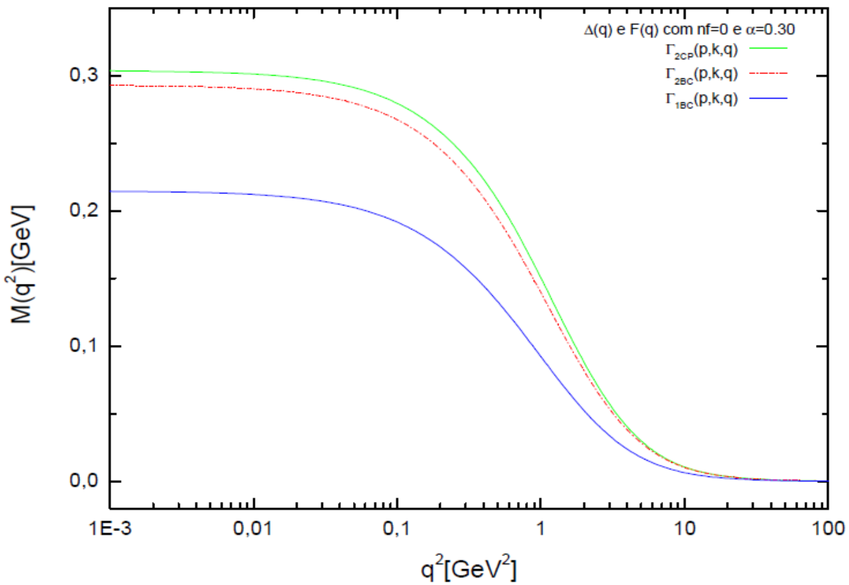
Nf=2+1+1, Mq= (41,2- 95 - 1520) MeV.

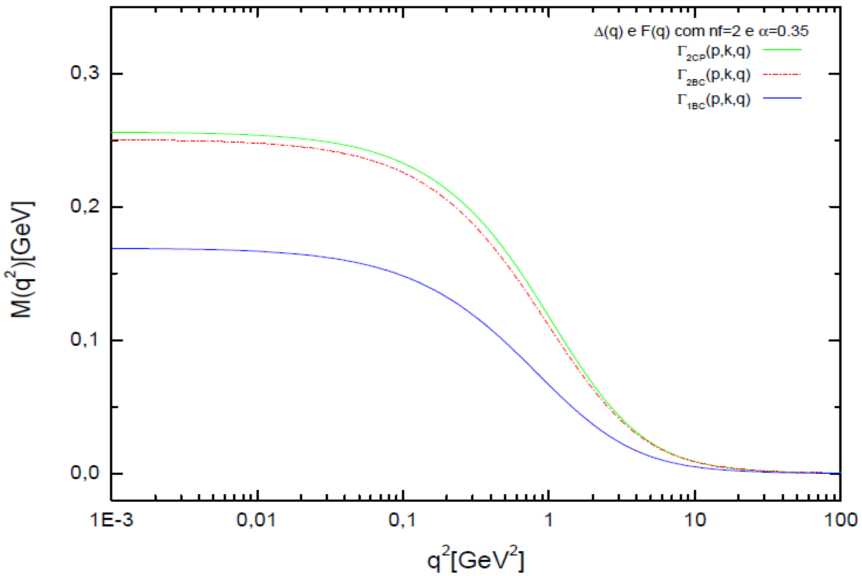
Nf=0, Mq=0.

A. Ayala, A. Bashir, D. Binosi, M. Cristoforetti and J. Rodriguez-Quintero, Phys. Rev. D 86, 074512 (2012)
I.L. Bogolubsky, et al PoS **LAT2007**, 290 (2007).
A.Cucchieri and T.Mendes,PoS LAT2007, 297 (2007).

Massa dinâmica para os quarks

Massas quenched e unquenched





Escala de renormalização

$$\boxed{\mu = 4.3 \text{ GeV}}$$

Massa de corrente usada na SDE

$$\boxed{m_0 = 0}$$

Vértices usados

$$\boxed{\Gamma_{2CP}(p,k,q)}$$

$$\boxed{\Gamma_{2BC}(p,k,q)}$$

$$\boxed{\Gamma_{1BC}(p,k,q)}$$

 A. C. Aguilar and J. Papavassiliou, Phys. Rev. D 83, 014013 (2011).

Conclusões e Perspectivas

- A QDSQ é o mecanismo responsável de gerar a massa dos quark constituintes dos hádrons.

- A principal ferramenta para estudar a QDSQ são as ESD.

- Estudamos como a geração de massa para os quarks é afetada pela supressão do propagador do gluon tirado da rede com nf=2.

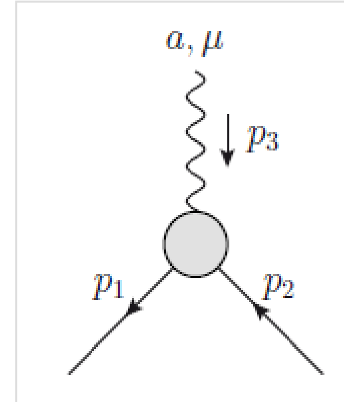
- Devido esta supressão na região intermediária do propagador, é fundamental utilizar modelos mais sofisticados de vértices que satisfaçam a STI.

- É possível gerar uma massa dinâmica para os quarks com ordem de grandeza correta . Entretanto, ainda devemos melhorar vários pontos de nosso trabalho. Principalmente no que diz respeito ao kernel de espalhamento do quark-ghost .

- No futuro estudaremos a influência destes propagadores na massa dinâmica dos quarks na representação adjunta.

OBRIGADO!!!

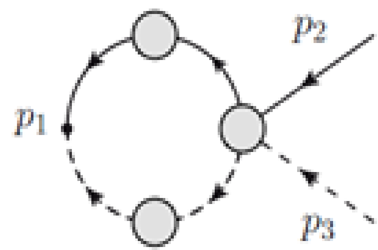
Apêndice: VÉRTICE QUARK-GLUON



O vértice completo do quark-gluon satisfaz a identidade de Slavnov-Taylor (não-Abeliana)

$$p_3^{\mu}\Gamma_{\mu}(p_1,p_2,p_3) = F(p_3)[S^{-1}(-p_1)H(p_1,p_2,p_3) - \overline{H}(p_2,p_1,p_3)S^{-1}(p_2)]$$

$$H(p_1,p_2,p_3) =$$



$$D(q^2) = \frac{iF(q^2)}{q^2}$$

Função dressing do ghost

O kernel de espalhamento quark-ghost

$$H(p_1,p_2,p_3) = X_0\mathbb{I} + X_1\not{p}_1 + X_2\not{p}_2 + X_3\tilde{\sigma}_{\mu\nu}p_1^{\mu}p_2^{\nu}$$

$$\overline{H}(p_2,p_1,p_3) = \overline{X}_0\mathbb{I} - \overline{X}_2\not{p}_1 - \overline{X}_1\not{p}_2 + \overline{X}_3\tilde{\sigma}_{\mu\nu}p_1^{\mu}p_2^{\nu}$$

onde

$$X_i(p_1,p_2,p_3) \qquad \tilde{\sigma}_{\mu\nu} = \tfrac{1}{2}[\gamma_{\mu},\gamma_{\nu}]$$

Melhorando o Ansätze do vértice

- Precisamos melhorar o Ansätze para o vértice do quark-gluon (Abelianização não é boa).

- Temos que:

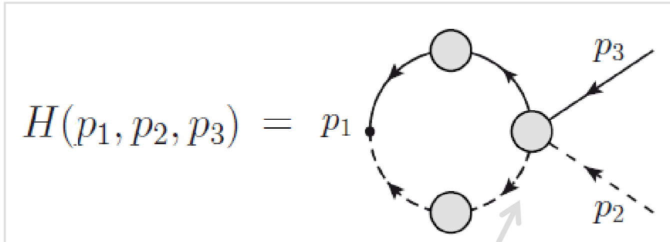
  - Satisfazer a identidade de ST em vez da identidade de Ward.

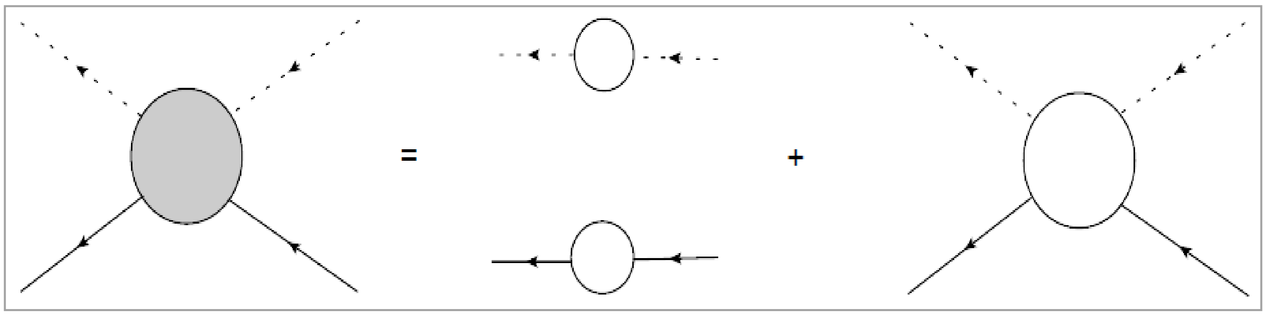
$$p_3^\mu \Gamma_\mu(p_1, p_2, p_3) = S^{-1}(-p_1) - S^{-1}(p_2). \Rightarrow p_3^\mu \Gamma_\mu(p_1, p_2, p_3) = F(p_3)[S^{-1}(-p_1) H(p_1, p_2, p_3) - \overline{H}(p_2, p_1, p_3) S^{-1}(p_2)]$$

  - Incluir o setor de ghost.

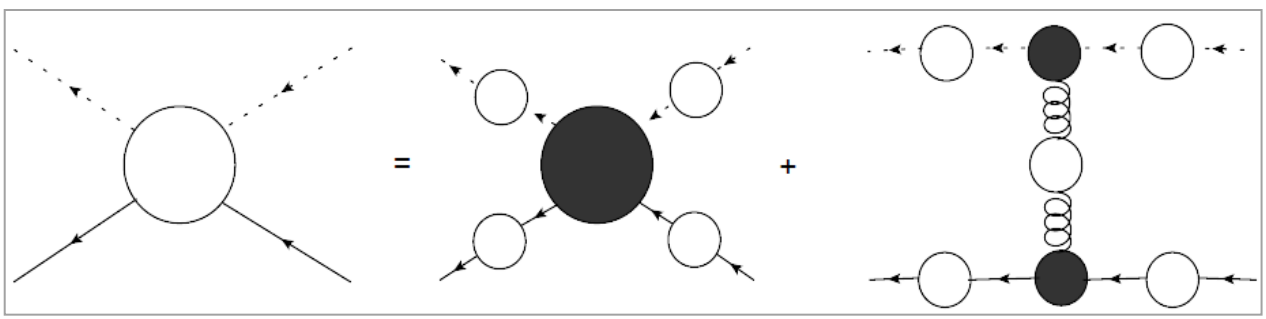
  - Para isso temos que entender quem é H (kernel de espalhamento quark-ghost).

O kernel de espalhamento Quark-Ghost





A parte desconectada e conectada do kernel de espalhamento quark-ghost.



A parte conectada do kernel de espalhamento quark-ghost em termos de vértices próprios (em preto).

A. I. Davydychev, P. Osland and L. Saks, Phys. Rev. D 63, 014022 (2001).

RELAÇÃO ENTRE O VÉRTICE QUARK-GLUON E O KERNEL DE ESPALHAMENTO QUARK-GHOST

A decomposição mais geral do vértice quark-gluon é

$$\Gamma_\mu(p_1,p_2,p_3) = L_1\gamma_\mu + L_2(\not{p}_1 - \not{p}_2)(p_1-p_2)_\mu + L_3(p_1-p_2)_\mu + L_4\tilde{\sigma}_{\mu\nu}(p_1-p_2)^\nu,$$

utilizando a identidade ST

$$p_3^\mu\Gamma_\mu = (p_2^2-p_1^2)L_3 + [(p_2^2-p_1^2)L_2 - L_1]\not{p}_1 - [(p_2^2-p_1^2)L_2 + L_1]\not{p}_2 + 2L_4\tilde{\sigma}_{\mu\nu}p_1^\mu p_2^\nu.$$

Os fatores de forma do vértice quark-gluon são

$$\begin{aligned}
L_1 &= \frac{F(p_3)}{2}[A(p_1)(X_0 + (p_1^2 - p_1\cdot p_2)X_3) - A(p_2)(\overline{X}_0 + (p_2^2 - p_1\cdot p_2)\overline{X}_3) \\
&\quad + B(p_1)(X_1 + X_2) + B(p_2)(\overline{X}_1 + \overline{X}_2)], \\
L_2 &= \frac{F(p_3)}{2(p_2^2-p_1^2)}[A(p_1)((p_1^2 + p_1\cdot p_2)X_3 - X_0) - A(p_2)((p_1^2 + p_1\cdot p_2)\overline{X}_3 - \overline{X}_0) \\
&\quad + B(p_1)(X_2 - X_1) + B(p_2)(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)], \\
L_3 &= \frac{F(p_3)}{p_2^2-p_1^2}[A(p_2)(p_1^2\overline{X}_1 + (p_1\cdot p_2)\overline{X}_2) - A(p_1)(p_1^2 X_1 + (p_1\cdot p_2)X_2) \\
&\quad - B(p_1)X_0 + B(p_2)\overline{X}_0], \\
L_4 &= \frac{F(p_3)}{2}[A(p_2)\overline{X}_2 - A(p_1)X_2 - B(p_2)X_3 + B(p_2)\overline{X}_3].
\end{aligned}$$

A. C. Aguilar and J. Papavassiliou, Phys. Rev. D 83, 014013 (2011).

A aproximação usual para o vértice encontrada na literatura é usar H=1 → $X_0 = 1,\quad X_i = 0$ e $F(P_3) = 1,$

$$\boxed{\begin{aligned} L_1 &= \frac{A(p_1)+A(p_2)}{2} \\ L_2 &= \frac{A(p_1)-A(p_2)}{2(p_1^2-p_2^2)} \\ L_3 &= \frac{B(p_1)-B(p_2)}{p_1^2-p_2^2} \\ L_4 &= 0\,; \end{aligned}}$$

que é conhecido como vértice de Ball-Chiu

$$\Gamma^\mu_{\rm BC}(p_1,p_2,p_3) = \frac{A(p_1)+A(p_2)}{2}\gamma^\mu + \frac{(p_1-p_2)^\mu}{p_1^2-p_2^2}\left\{[A(p_1)-A(p_2)]\,\frac{\not{p}_1-\not{p}_2}{2} + [B(p_1)-B(p_2)]\right\}.$$

J.S. Ball and T.W. Chiu, Phys.Rev. D 22, 2542 (1980).

FIM…

Usando o **vértice de Ball-Chiu** e o propagador do gluon na equação de Schwinger-Dyson para o propagador do quark temos

$$\boxed{\begin{aligned} p^2 A(p) &= p^2 + iC_{\mathrm{F}} g^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{\Delta(q)}{A^2(k^2)k^2 - B^2(k^2)} \left\{ A(k) \left[\frac{A(p)+A(k)}{2} \right] [2h(p,k) - 3(k\cdot p)] \right. \\ &\left. + [(k^2+p^2)] h(p,k) A(k) \left[\frac{A(p)-A(k)}{p^2-k^2} \right] - 2h(p,k) B(k) \left[\frac{B(p)-B(k)}{p^2-k^2} \right] \right\} , \end{aligned}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} B(p) &= m_0 - i\, C_{\mathrm{F}} g^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{\Delta(q)}{A^2(k^2)k^2 - B^2(k^2)} \left\{ 2h(p,k) A(k^2) \left[\frac{B(p)-B(k)}{p^2-k^2} \right] \right. \\ &\left. + 3B(k^2) \left[\frac{A(p)+A(k)}{2} \right] + 2h(p,k) B(k^2) \left[\frac{A(p)-A(k)}{p^2-k^2} \right] \right\} \end{aligned}}$$

com

$$\boxed{\Delta_\mu^\mu(q) = -i3\Delta(q)} \qquad \boxed{p_\mu p_\nu \Delta^{\mu\nu}(q) = -ih(p,k)\Delta(q)} \qquad \boxed{h(p,k) \equiv \frac{[k^2p^2 - (k\cdot p)^2]}{q^2}}$$

E a massa do quark será dada por

$$\mathcal{M}(p^2) = B(p^2)/A(p^2)$$

$B(p^2)=0$ simetria quiral está intacta.

$B(p^2)\neq 0$ simetria quiral quebrada.

Geração de massa para os quarks – Efeito não perturbativo

- O inverso do propagador completo do quark.

$$S^{-1}(p) = \not{p} - m_0 - \Sigma(p)$$

pode se definir uma massa dinâmica $\longrightarrow$ $\mathcal{M}(p^2) = B(p^2)/A(p^2)$

$$S^{-1}(p) = A(p^2)\not{p} - B(p^2)\mathbb{I} = A(p^2)[\not{p} - \mathcal{M}(p^2)\mathbb{I}].$$

As massas são as responsáveis pela quebra dinâmica de simetria quiral.

$$\langle \overline{q}q \rangle_\mu \sim \int_\mu^\Lambda d^4p \quad tr[S(p)]$$

da teoria de perturbação se tem

$$B(p) = m_0 \left(1 - \frac{3\alpha_s}{4\pi} ln \left[\frac{p^2}{m_0^2}\right] + \ldots\right) \quad \left\{ \begin{array}{l} \langle \overline{q}q \rangle_\mu \propto m_0 \\ \\ m_0 \longrightarrow 0 \end{array} \right.$$

A quebra de simetria quiral fala

$$\langle \overline{q}q \rangle_\mu \neq 0 \qquad m_0 \longrightarrow 0$$

Este é um efeito Não perturbativo!!!

C. D. Roberts and A. G. Williams, Prog. Part Nucl. Phys.33, 477 (1994)