Efeitos da emissividade de neutrinos no resfriamento de estrelas de nêutrons na presença de um forte campo magnético

[1]Eduardo L. Coelho, [1]Marcelo Chiapparini,[1]Mirian E. Bracco and [2]Rodrigo P. Negreiros

[1]Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ)
[2]Universidade Federal Fluminense (UFF-RJ)

XXV Reunião de Trabalho sobre Interações Hadrônicas
UNICAMP, Campinas - SP - 06/02/2014

Introdução

- Estudo dos efeitos do campo magnético no interior das estrelas de nêutrons (calor específico, condutividade térmica, emissividade);
- Teoria de campo médio relativístico da matéria nuclear;
- Resfriamento de estrelas de nêutrons por emissão de neutrinos - Processo Urca Direto

Teoria de campo médio relativístico da matéria nuclear (Modelo de Walecka)

A Lagrangiana que descreve este modelo é (Glendenning, 1997)

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} &= \sum_b \bar{\psi}_b[i\gamma_\mu D^\mu - m_b + g_{\sigma b}\sigma - g_{\omega b}\gamma_\mu \omega^\mu \\
&\quad -\frac{1}{2}g_{\rho b}\gamma_\mu \tau \cdot \rho^\mu]\psi_b + \frac{1}{2}\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 - U(\sigma) \\
&\quad -\frac{1}{4}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - \frac{1}{4}\rho_{\mu\nu}\cdot\rho^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2 \rho_\mu \cdot \rho^\mu \\
&\quad + \sum_{l=e^-,\mu^-} \bar{\psi}_l[i\gamma_\mu(\partial^\mu + iq_l A^\mu) - m_l]\psi_l - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu},
\end{aligned}$$

onde $D^\mu = \partial^\mu + iq_b A^\mu$ e $\vec{B} = B\hat{k}$, $A^0 = 0$, $\vec{A} \equiv (0, xB, 0)$;
$U(\sigma) = \frac{1}{3}bm_n(g_{\sigma n}\sigma)^3 + \frac{1}{4}c(g_{\sigma n}\sigma)^4$; $\omega_{\mu\nu} = \partial_\mu \omega_\nu - \partial_\nu \omega_\mu$,
$\rho_{\mu\nu} = \partial_\mu \rho_\nu - \partial_\nu \rho_\mu$, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$

Equações de movimento

A equação de Euler-Lagrange é dada por

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \phi(x)} - \partial_\mu \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} = 0,$$

onde $\phi(x)$ é o campo. Então para a Lagrangeana acima, as equações de movimento são (Chakrabarty et al. 1997)

$$\begin{aligned}
\sum_b \gamma_\mu (iD^\mu - g_{\omega b}\omega^\mu) - (m_b - g_{\sigma b}\sigma)\psi_b &= 0, \\
(\partial_\mu \partial^\mu + m_{\sigma n}^2)\sigma(x) + b m_n g_{\sigma n}^3 \sigma^2(x) + c g_{\sigma n}^4 \sigma^3(x) &= \sum_b \bar{\psi}_b g_{\sigma b} \psi_b, \\
(\partial_\mu \partial^\mu + m_{\omega n}^2)\omega(x) - \partial_\nu \partial^\nu \omega_\nu &= \sum_b g_{wb} \bar{\psi}_b \gamma^\mu \psi_b, \\
\sum_l (i\gamma_\mu(\partial^\mu + iq_l A^\mu) - m_l)\psi_l &= 0
\end{aligned}$$

Aproximação de campo médio

As equações de movimento na aproximação de campo médio são

$$
\begin{aligned}
g_{\omega n}\omega_0 &= \left(\frac{g_{\omega n}}{m_\omega}\right)^2 \sum_b \chi_{\omega b}\rho_b, \\
g_{\rho n}\rho_{03} &= \left(\frac{g_{\rho n}}{m_\rho}\right)^2 \sum_b \chi_{\rho b} I_{3b}\rho_b, \\
m_n^* &= m_n + \left(\frac{g_{\sigma n}}{m_{\sigma n}}\right)^2 [b\, m_n (m_n - m_n^*)^2 \\
&\quad + c(m_n - m_n^*)^3 - \sum_b \chi_{\sigma b} n_s],
\end{aligned}
$$

onde ω_0, ρ_{03} são os campos médios do méson ω e méson ρ; $m_n^* = m_n - \chi_{\sigma b} g_{\sigma n}\sigma$ e $\chi_{\sigma b} = \frac{g_{\sigma b}}{g_{\sigma n}}$, $\chi_{\omega b} = \frac{g_{\omega b}}{g_{\omega n}}$, $\chi_{\rho b} = \frac{g_{\rho b}}{g_{\rho n}}$.

Potencial químico efetivo e equilíbrio β

O potencial químico efetivo dos bárions é dado por

$$\mu_b^* = \mu_b - \chi_{\omega b} g_{\omega n} \omega_0 - \chi_{\rho b} g_{\rho n} I_{3b} \rho_{03}$$

Na condição de equilíbrio β temos

$$\begin{aligned} \mu_b &= \mu_n - q_b \mu_{e^-}, \\ \mu_{e^-} &= \mu_{\mu^-}, \end{aligned}$$

onde μ_n, μ_{e^-} e μ_{μ^-} são os potenciais químicos do nêutron, elétron e múon, respectivamente.

Momento de Fermi e $\nu_{\max(b)}$

O momento de Fermi dos bárions carregados é

$$k_{b,\nu_b}^2 = u_b^{*2} + m_b^{*2} - 2\nu_b |q_b| B.$$

O limite superior $\nu_{\max(b)}$ é definido pela condição $k_{b,\nu_b}^2 \geq 0$, então

$$\nu_{\max(b)} = \mathrm{int}\left[\frac{\mu_b^{*2} - m_b^{*2}}{2|q_b|B}\right].$$

Analogamente para os léptons

$$k_{l,\nu_l}^2 = \mu_l^2 + m_l^2 - 2\nu_l |q_l| B,$$

$$\nu_{\max(l)} = \mathrm{int}\left[\frac{\mu_l^2 - m_l^2}{2|q_l|B}\right].$$

Densidade Escalar

A densidade escalar é dada por

$$n_s = n_s^{q=0} + n_s^{q\neq 0},$$

$$n_s^{q=0} = \frac{m_b^*}{2\pi^2}\left[\mu_b^* k_b - m_b^{*2} \ln\left(\frac{\mu_b^* + k_b}{m_b^*}\right)\right],$$

$$n_s^{q\neq 0} = \frac{m_b^* |q_b| B}{2\pi^2} \sum_{\nu=0}^{\nu_{\max(b)}} g_\nu \ln\left[\frac{\mu_b^* + k_{b,\nu_b}}{(m_b^{*2} + 2\nu_b |q_b| B)^{1/2}}\right],$$

onde q_b é a carga do bárion b, μ_b^* é o potencial químico efetivo, k_b e $k_{b,\nu}$ são os momentos de Fermi dos bárions sem e com carga elétrica; g_ν =1 ($\nu = 0$) e g_ν =2 ($\nu > 0$) é a degenerescência de spin.

Densidade numérica e equações de conservação

A densidade bariônica é

$$\rho_b^{q=0} = \frac{k_b^3}{3\pi^2},$$

$$\rho_b^{q\neq 0} = \frac{|q_b|B}{2\pi^2} \sum_{\nu=0}^{\nu_{\max(b)}} g_\nu k_{b,\nu_b}$$

e a densidade dos léptons é dada por

$$\rho_l = \frac{|q_l|B}{2\pi^2} \sum_{\nu=0}^{\nu_{\max(l)}} g_\nu k_{l,\nu_l}.$$

As equações de conservação da quantidade de bárions e neutralidade de carga elétrica são

$$\rho = \sum_{b=1}^{8} \rho_b, \quad \sum_{b=1}^{8} |q_b|\rho_b + \sum_l |q_l|\rho_l = 0.$$

Densidade de energia da matéria

A densidade de energia da matéria é (Chakrabarty et al. 1997)

$$\begin{aligned}
\varepsilon_m &= U(\sigma) + \frac{1}{2}\left(\frac{m_{\sigma n}}{g_{\sigma n}}\right)^2 (g_{\sigma n}\sigma)^2 \\
&+ \frac{1}{2}\left(\frac{m_{\omega n}}{g_{\omega n}}\right)^2 (g_{\omega n}\omega_0)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{m_{\rho n}}{g_{\rho n}}\right)^2 (g_{\rho_n}\rho_{03})^2 \\
&+ \sum_{b(q=0)}^{8} \frac{1}{8\pi^2}[2\mu_b^{*3} k_b - m_b^{*2}\mu_b^* k_b - m_b^{*4} \ln\left\{\frac{\mu_b^* + k_b}{m_b^*}\right\}] \\
&+ \frac{B}{4\pi^2}\sum_{b(q\neq 0)}^{8} |q_b| \sum_{\nu_b=0}^{\nu_{\mathrm{max(b)}}} g_\nu [\mu_b^* k_{b,\nu_b} + m_{b,\nu_b}^{*2} \times \ln\left\{\frac{\mu_b^* + k_{b,\nu_b}}{m_{b,\nu_b}^*}\right\}] \\
&+ \frac{B}{4\pi^2}\sum_{l=e^-,\mu^-} |q_l| \sum_{\nu_l=0}^{\nu_{\mathrm{max}(l)}} g_\nu \left[\mu_l k_{l,\nu_l} + m_{l,\nu_l}^2 \ln\left\{\frac{\mu_l + k_{l,\nu_l}}{m_{l,\nu_l}}\right\}\right],
\end{aligned}$$

onde $m_{b,\nu_b}^2 = m_b^{*2} + 2\nu_b|q_b|B, \quad m_{l,\nu_l}^2 = m_l^2 + 2\nu_l|q_l|B.$

Densidade de energia e pressão

A pressão da matéria é dada por

$$P_m = \mu_n \rho_b - \varepsilon_m.$$

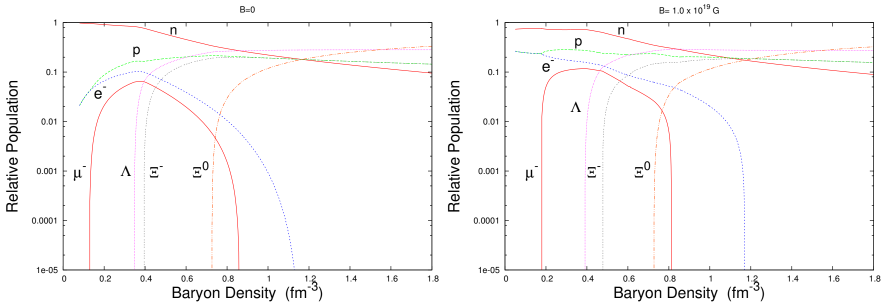
Considerando a componente do tensor de campo eletromagnético, a densidade de energia e pressão total do sistema é

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_m + \frac{B^2}{2}, \\ P &= P_m + \frac{B^2}{2}. \end{aligned}$$

Cálculos numéricos

- O sistema de equações não lineares que descreve a matéria é resolvida numericamente por iteração;
- Método de Newton-Raphson com busca global da solução;
- cálculo numérico da população de cada espécie de partículas como função da densidade bariônica, densidade de energia e pressão;
- Constantes de acoplamento dado pelo modelo NR (Chiapparini et al. 2009)

População Relativa



- Frações de partículas no equilíbrio β para $B = 0$ (figura esquerda) e $B = 1 \times 10^{19}$ G (figura direita) .

- Processo Urca Direto

$$
\begin{aligned}
n &\rightarrow p + e^{-} + \bar{\nu}_e, \\
p + e^{-} &\rightarrow n + \nu_e
\end{aligned}
$$

- $k_{Fn} \leq k_{Fp} + k_{Fe}$, $k_{F\alpha} = (3\pi^2 n_\alpha)^{1/3}$;
- O momento deve ser conservado na reação;
- Forte campo magnético aumenta a fração de próton

Na Teoria de Weinberg-Salam para interações fracas, a Lagrangeana de interação é dada por (Bandyopadhyay et al. 1998)

$$\mathscr{L}_{\text{weak}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \cos\theta_c l_\mu j^\mu ,$$

onde G_F é a constante de acoplamento fraca de Fermi, θ_c é o ângulo de Cabibbo e

$$\begin{aligned} l_\mu &= \bar{\psi}_4 \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_2 , \\ j^\mu &= \bar{\psi}_3 \gamma^\mu (g_V - g_A \gamma_5) \psi_1 , \end{aligned}$$

g_V and g_A são as constantes de acoplamento vetorial e axial-vetorial e os índices $i = 1 - 4$ referem-se ao $n, \bar{\nu}_e, p, e$, respectivamente;

As funções de onda nêutron e antineutrino são funções de onda plana. A função de onda do próton é

$$\psi_3(X) = (\frac{1}{\sqrt{L_y L_z}})\exp(-iE_3^* t + ik_{3y}y + ik_{3z}z) f_{k_{3y},k_{3z}}^{\nu_3=0},$$

O único spinor de energia positiva para prótons na representação quiral é

$$f_{p_{3y};p_{3z}}^{\nu=0}(x) = N_{\nu=0} \begin{pmatrix} E_3^* + p_{3z} \\ 0 \\ -m^* \\ 0 \end{pmatrix} I_{\nu=0;p_{3y}}(x),$$

onde

$$N_{\nu_3=0} = 1/\sqrt{2E_3^*(E_3^* + k_{3z})},$$

$$I_{\nu_3=0;k_{3y}} = (\frac{eB}{\pi})^{1/4} exp[-\frac{1}{2}eB(x - \frac{k_y}{eB})^2]\frac{1}{\sqrt{n!}}H_n[\sqrt{2eB}(x - \frac{k_y}{eB})].$$

A emissividade devido ao processo de emissão de antineutrinos na presença de um campo magnético uniforme B_m ao longo do eixo z é

$$\begin{aligned} \varepsilon_\nu &= 2\int \frac{Vd^3k_1}{(2\pi)^3} \int \frac{Vd^3k_2}{(2\pi)^3} \int_{-qBL_x/2}^{qBL_x/2} \frac{L_y dk_{3y}}{2\pi} \\ &\times \int \frac{L_z dk_{3z}}{2\pi} \int_{-qBL_x/2}^{qBL_x/2} \frac{L_y dk_{4y}}{2\pi} \\ &\times \int \frac{L_z dk_{4z}}{2\pi} E_2 W_{fi} f_1 [1 - f_3][1 - f_4], \end{aligned}$$

onde o prefator 2 leva em conta a degenerescência do spin do nêutron e os f_i's são as funções distribuição de Fermi-Dirac.

Pela Regra de Ouro de Fermi, a taxa de transição por unidade de volume é

$$W_{fi} = \frac{< |M_{fi}|^2 >}{tV},$$

onde t é o tempo e $V = V_x V_y V_z$ é o volume normalizado.

O elemento de matriz M_{fi} para a interação V-A é

$$M_{fi} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \int d^4X \bar{\psi}_1(X)\gamma^\mu(g_V - g_A\gamma_5)\psi_3(X)\bar{\psi}_2(X)\gamma_5(1-\gamma_5)\psi_4(X),$$

onde $< . >$ é a média sobre o spin inicial do n e uma soma sobre os spins das partículas finais (p, e).

A taxa de transição por unidade de volume é

$$
\begin{aligned}
W_{fi} &= \frac{G_F^2}{E_1^* E_2 E_3^* E_4} \frac{1}{V^3 L_y L_z} \\
&\times \exp\left(-\frac{(k_{1x} - k_{2x})^2 + (k_{3y} + k_{4y})^2}{2qB}\right) \\
&\times [(g_V + g_A)^2 (k_1.k_2)(k_3.k_4) + (g_V - g_A)^2 \\
&\times (k_1.k_4)(k_3.k_2) - (g_V^2 - g_A^2) m^{*2} (k_4.k_2)] \\
&\times (2\pi)^3 \delta(E_1^* - E_2 - E_3^* - E_4) \\
&\times \delta(k_{1y} - k_{2y} - k_{3y} - k_{4y}) \, \delta(k_{1z} - k_{2z} - k_{3z} - k_{4z}).
\end{aligned}
$$

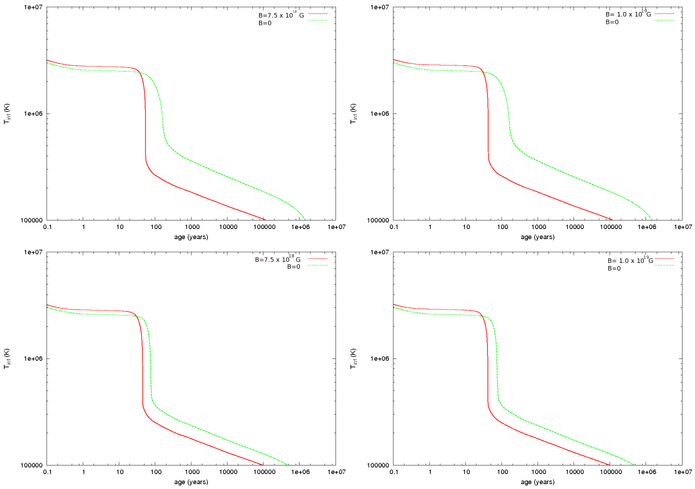
Então, a emissividade é

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\rm Urca} &= \frac{457\pi}{5040} G_F^2 \cos^2\theta_c (qB)[(g_V+g_A)^2 \\ &\times(1-\frac{k_{F_3}}{\mu_3^*}) + (g_V-g_A)^2(1-\frac{k_{F_1}}{\mu_n^*}\cos\theta_{14}) \\ &-(g_V^2-g_A^2)\frac{m^{*2}}{\mu_3^*\mu_1^*}] \\ \times & \exp\left[\frac{(k_{F_3}+k_{F_4})^2-k_{F_1}^2}{2qB}\right]\frac{\mu_1^*\mu_3^*\mu_4}{k_{F_3}k_{F_4}}T^6\Theta,\end{aligned}$$

onde $\cos\theta_{14} = (k_{F_1}^2 + k_{F_4}^2 - k_{F_3}^2)/2k_{F_1}k_{F_4}$, T é a temperatura, $\Theta = \theta(k_{F_3} + k_{F_4} - k_{F_1})$, com $\theta(x) = 1$ para $x > 0$ e zero caso o contrário

Resultados

Resfriamento de estrela de nêutrons por emissão de neutrinos



- Resfriamento por emissão de neutrinos com $B = 7,8 \times 10^{18}$ G (Figuras da esquerda) e $B = 1 \times 10^{19}$ G (figuras da direita), comparados ao caso de $B = 0$, para estrelas de massa $M = 1.4 M_{\odot}$ (figuras no topo) e $M = 1.6 M_{\odot}$ (figuras abaixo).

Obrigado!!

- Referências

  - Bandyopadhyay, D., Chakrabarty, S., Dey, P. & Pal, S.: 1998, PhRvD, 58, 121301
  - Chakrabarty et al.,**78**, 2898 (1997)
  - Chiapparini et al., Nucl. Phys. A **826**, 178 (2009)
  - Glendennig, Compact Star, Springer, New York, 1997

- Agradecimentos