

# Modification of the B Meson Mass in a Magnetic Field from QCD Sum Rules

[arXiv:1307.1797](https://arxiv.org/abs/1307.1797)

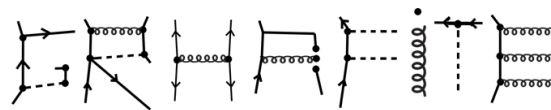
C.S.MACHADO<sup>a</sup>,  
S.I. FINAZZO<sup>b</sup>, J. NORONHA<sup>b</sup>, R.D. MATHEUS<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Instituto de Física Teórica – Unesp

<sup>b</sup> Instituto de Física – USP

---

XXV Reunião de Trabalho sobre Interações Hadrônicas



# Porque campos magnéticos?

Colisões de íons pesados  
 $B \sim 10^{18} - 10^{20} G$

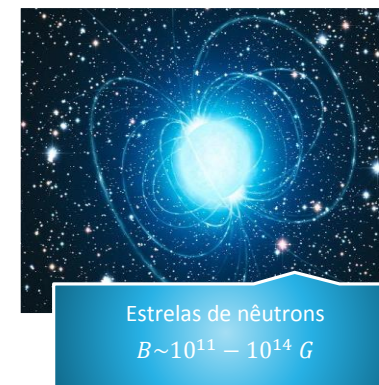
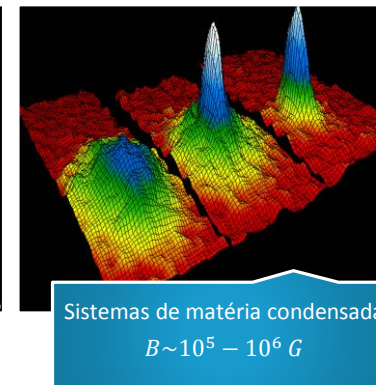
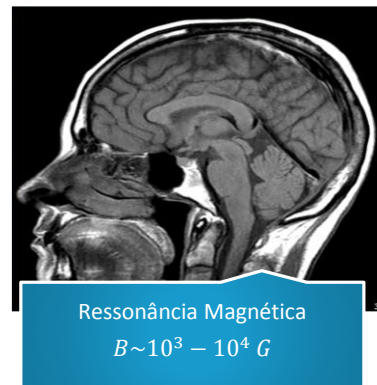
- Estimativas para o RHIC e LHC

$B \sim 10^{20} G$   
 $eB \sim 1 GeV^2$

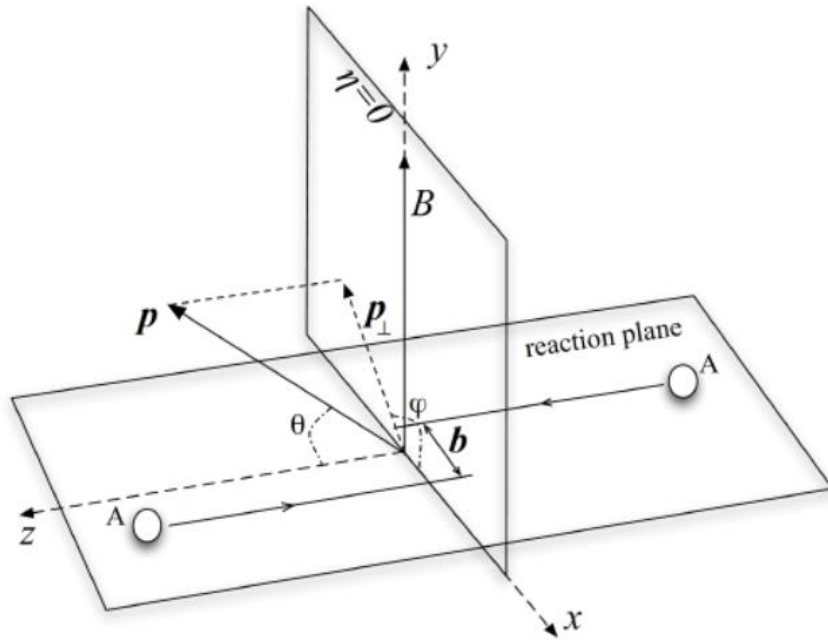
- Conversão para unidades naturais

$\Lambda^2_{QCD} !$

- Os campos são da ordem de  $m^2_{\pi}$



# Origem do campo magnético em colisões de íons pesados



Maior  $\sqrt{s} \Rightarrow$  maior  $eB$

- $AuAu$ :  $eB_{M\acute{A}X} (\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}) = 0.02 \text{ GeV}^2$
- $PbPb$ :  $eB_{M\acute{A}X} (\sqrt{s} = 4.5 \text{ TeV}) = 0.3 \text{ GeV}^2$

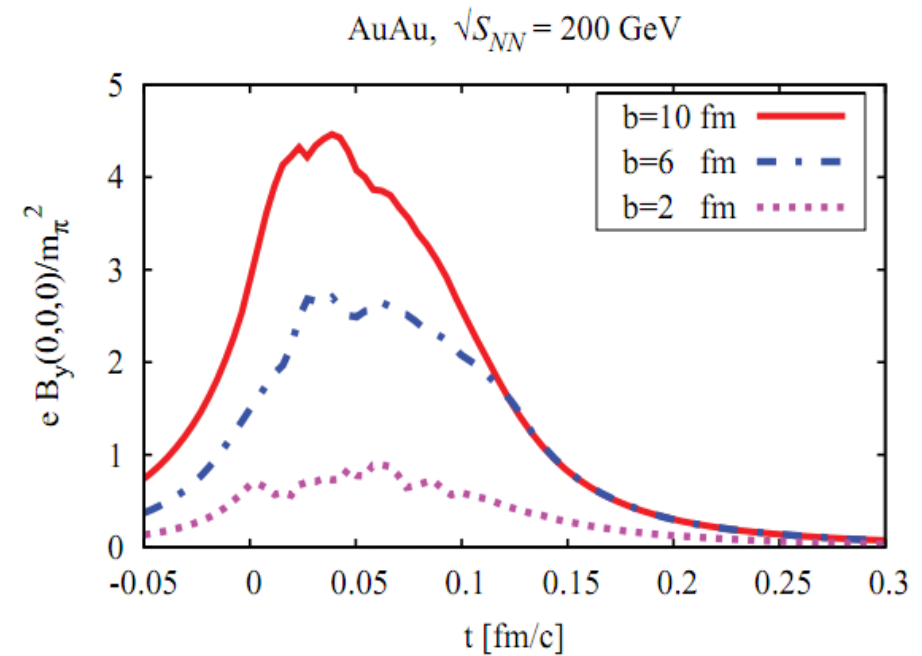
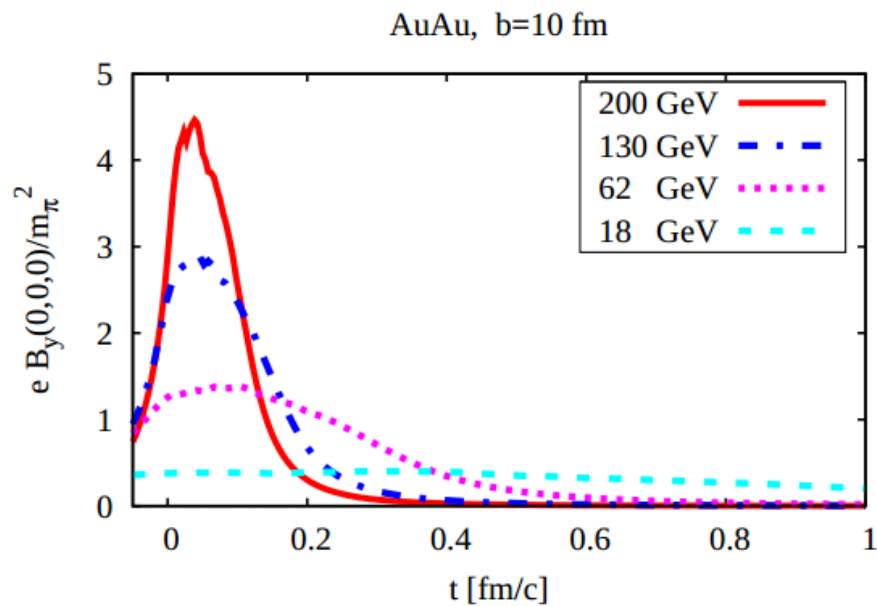
Menor parâmetro de impacto ( $b$ )  $\Rightarrow$  maior  $eB$

- Estamos interessados nas colisões periféricas!

Maior  $eB \Rightarrow$  Menor duração

- Para o RHIC a escala de tempo do campo magnético é  $\Delta t \sim 0.2 \text{ fm}$

# Evolução do campo magnético



Phys. Rev. C 83, 054911 (2011);  
Int. J. Mod. Phys. A 24, 5925 (2009)

# Estimativa com um cálculo semi-clássico

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m} (\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2 - \mu \cdot \mathbf{B} + V(r)$$

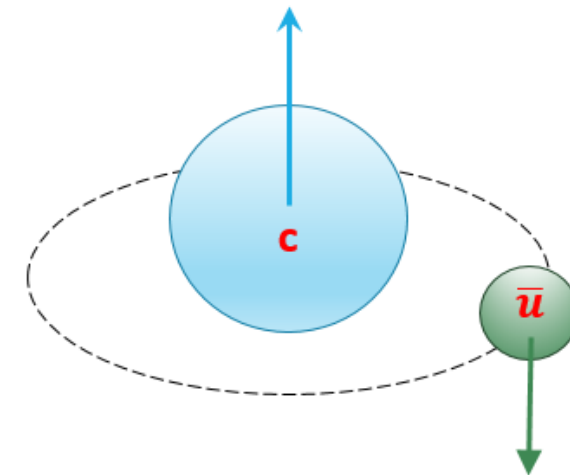
$$- \mu \cdot \mathbf{B} = -g \left( \frac{q}{2m} \right) \mathbf{s} \cdot \mathbf{B} = -\frac{qB\sigma_z}{2m}$$

$$\sigma_z = \pm 1$$

$$\mathbf{A} = (-By/2, Bx/2, 0)$$

Campo na direção z!

Sistema com um quark leve e um pesado  
(méson B, D)



$$m_1 \gg m_2, m_1 \gg p_1,$$

$$r_2 \gg r_1 \simeq 0 \text{ and } \rho_2 \gg \rho_1 \simeq 0$$

# Mudança na massa

Princípio da Incerteza:

$$p \cdot r \sim 1$$

Usamos o potencial de Cornell:

$$V(r) = -\frac{\kappa}{r} + \sigma r + C$$

$$E(\rho) = \frac{1}{2\mu(\rho^2 + z^2)} + \frac{(q_2 B)^2 \rho^2}{8\mu} - \frac{q_2 B \sigma_z^{(2)}}{2\mu} + V(\sqrt{\rho^2 + z^2})$$

Estimativa da massa do méson sob influência do campo magnético

$$M_0 = m_1 + m_2 + E(\rho_0)$$

Raio de equilíbrio:

$$\frac{dE(\rho)}{d\rho} = 0 \Rightarrow \rho_0$$

C.S.M., F.S. Navarra, E.G. de Oliveira, J. Noronha and M. Strickland  
Phys. Rev.D 88, 034009 (2013)

# Resultado

## Comportamento com o spin

$$\langle \uparrow\downarrow | \mathcal{H}_s | \uparrow\downarrow \rangle = \langle \downarrow\downarrow | \mathcal{H}_s | \downarrow\downarrow \rangle = +\frac{q_2 B}{2m_2}$$
$$\langle \downarrow\uparrow | \mathcal{H}_s | \downarrow\uparrow \rangle = \langle \uparrow\uparrow | \mathcal{H}_s | \uparrow\uparrow \rangle = -\frac{q_2 B}{2m_2}$$

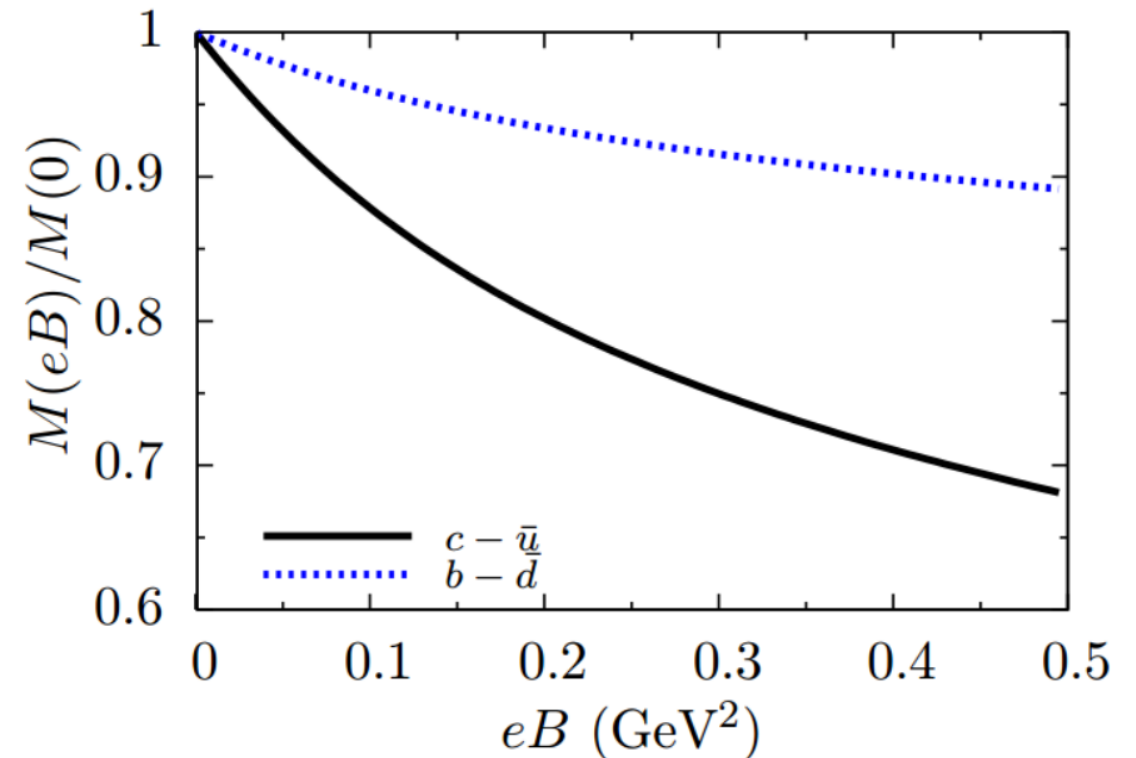
## Combinação menos energética

- Mais provável a produção!

## Observáveis

- Seção de choque de produção de charmonium/bottomonium

C.S.M., F.S. Navarra, E.G. de Oliveira, J. Noronha and M. Strickland  
Phys. Rev.D 88, 034009 (2013)



Mesmo resultado qualitativo foi obtivo para mésons leves:  
Phys. Rev. D 87, 094029 (2013)

# E as Regras de Soma da QCD?



## O que precisamos para as QCDSR?

Sem campo magnético:	Com campo magnético:
Corrente hadrônica	A estrutura não muda!
Propagador dos quarks	O propagador fermiônico com um campo externo é calculado pelo método do tempo-próprio do Schwinger. <i>J. Schwinger, Phys. Rev. 82, 664-679 (1951)</i>
Condensados	O condensados de quarks com um campo magnético já foi calculado na rede.



# Lado da OPE com campo magnético

$$S_{ab}(k) = i\delta_{ab}e^{-k_{\perp}^2/(eB)} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{D_n(eB, k)}{k_{\parallel}^2 - m^2 - 2eBn + i\epsilon}$$

$$D_n(eB, k)_{ab} = \delta_{ab}(k_{\parallel}^2 + m^2) \left[ (1 - \gamma^1 \gamma^2 \text{sgn}(eB)) L_n \left( \frac{2k_{\perp}^2}{eB} \right) - (1 + i\gamma_1 \gamma_2 \text{sgn}(eB)) L_n \left( \frac{2k_{\perp}^2}{eB} \right) \right] + 4k_{\perp} \cdot \gamma_{\perp} L_{n-1}^1 \left( \frac{2k_{\perp}^2}{eB} \right)$$

$$\Pi(q) = \frac{i}{(2\pi)^4} \int d^4k \text{Tr}[S_{ab}^q(k) \gamma_5 S_{ba}^Q(k+q) \gamma_5]$$

Parece uma conta complicada...

Correlator de uma corrente hadrônica para um méson pseudoescalar

# Aproximações

Vamos então tratar dois limites:

Campo MUITO forte	Campo MUITO fraco
$m^2 \ll eB \ll M^2$	$eB \ll m^2 \ll M^2$
Podemos pegar só o termo $n = 0$ daquela soma complicada (Lowest Landau Level) para o quark leve.	Podemos expandir o propagador do quark leve em $eB/m^2$ e fazer o cálculo até ordem quadrática.
Para o quark pesado, o campo magnético é fraco e podemos usar a expansão do propagador em $eB/m^2$ .	Para o quark pesado, o campo magnético é fraco e podemos usar a expansão do propagador em $eB/m^2$ .

m: quark leve  
M: quark pesado



# Correlator

## Campo MUITO forte

$$\Pi^{\text{strong}}(q) = \Pi_{\text{pert}}^{(eB)^0} + \Pi_{1,\text{pert}}^{(eB)^1} + \Pi_{2,\text{pert}}^{(eB)^2} + \Pi_{\langle \bar{q}q \rangle},$$

$$\Pi_{\text{pert}}^{(eB)^0}(q) = 3 \cdot 4i \int \frac{d^2 k_{\perp}}{(2\pi)^2} e^{-\frac{k_{\perp}^2}{ceB}} \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{(2\pi)^2} \frac{k_{\parallel}^2 + k_{\parallel} \cdot q_{\parallel}}{((k+q)^2 - m_Q^2) k_{\parallel}^2}$$

$$\Pi_{1,\text{pert}}^{(eB)^1}(q) = -3 \cdot 4i \frac{CeB}{m_Q^2} \int \frac{d^2 k_{\perp}}{(2\pi)^2} e^{-\frac{k_{\perp}^2}{ceB}} \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{(2\pi)^2} \frac{k_{\parallel}^2 + k_{\parallel} \cdot q_{\parallel}}{((k+q)^2 - m_Q^2) k_{\parallel}^2}$$

$$\Pi_{2,\text{pert}}^{(eB)^2}(q) = 0$$

## Campo MUITO fraco

$$\Pi^{\text{weak}}(q) = \Pi_{\text{pert}}^{(eB)^0} + \Pi_{1,\text{pert}}^{(eB)^2} + \Pi_{2,\text{pert}}^{(eB)^2} + \Pi_{\langle \bar{q}q \rangle},$$

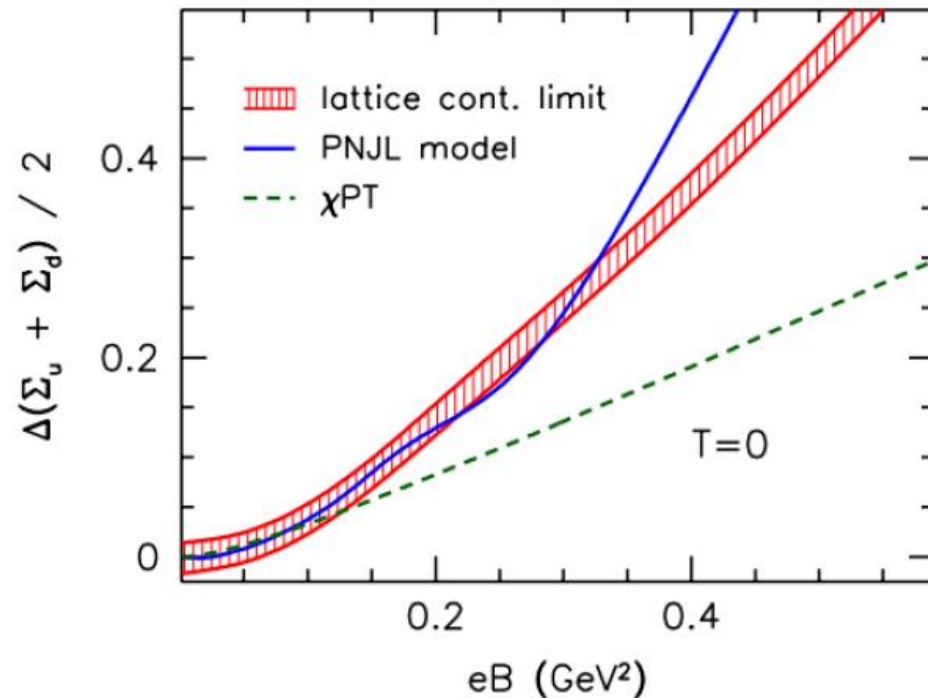
$$\Pi_{\text{pert}}^{(eB)^0}(q) = \frac{3}{(2\pi)^2} \int_0^1 dx [2\Delta - x(1-x)q^2 - m_q m_Q] \log \Delta,$$

$$\Pi_{1,\text{pert}}^{(eB)^2}(q) = \frac{3}{(2\pi)^2} (cC)(eB)^2 \int_0^1 dx (1-x)x \left[ \frac{1}{\Delta} - \frac{(x^2-x)q_{\parallel}^2 + m_q m_Q}{2\Delta^2} \right]$$

$$\Pi_{2,\text{pert}}^{(eB)^2}(q) = \frac{3 \cdot 2}{(2\pi)^2} (c^2 + C^2)(eB)^2 \int_0^1 dx \left\{ \frac{x^3}{3} \left[ \frac{3}{2\Delta} + \frac{m_q m_Q + q_{\perp}^2(3-7x+4x^2)}{2\Delta^2} \right] - \frac{(x^2-x)q^2}{2\Delta^2} + (1-x)^2 q_{\perp}^2 \frac{m_q m_Q - (x^2-x)q^2}{\Delta^3} + x^2 \left[ \frac{1}{\Delta} + \frac{(x^2-x)q_{\perp}^2}{\Delta^2} \right] \right\}$$

# Condensados

Alteração do condensado de quarks com o campo magnético :



A inclusão de condensados de ordem superior não muda o valor central da massa.

Além disso, existem poucos estudos do comportamento de outros condensados com o campo magnético.

G. S. Bali, F. Bruckmann, G. Endrodi, Z. Fodor,  
S. D. Katz and A. Schafer, Phys.Rev. D 86,071502 (2012)

# Lado Fenomenológico

---

Tratamos os graus de liberdade hadrônicos:

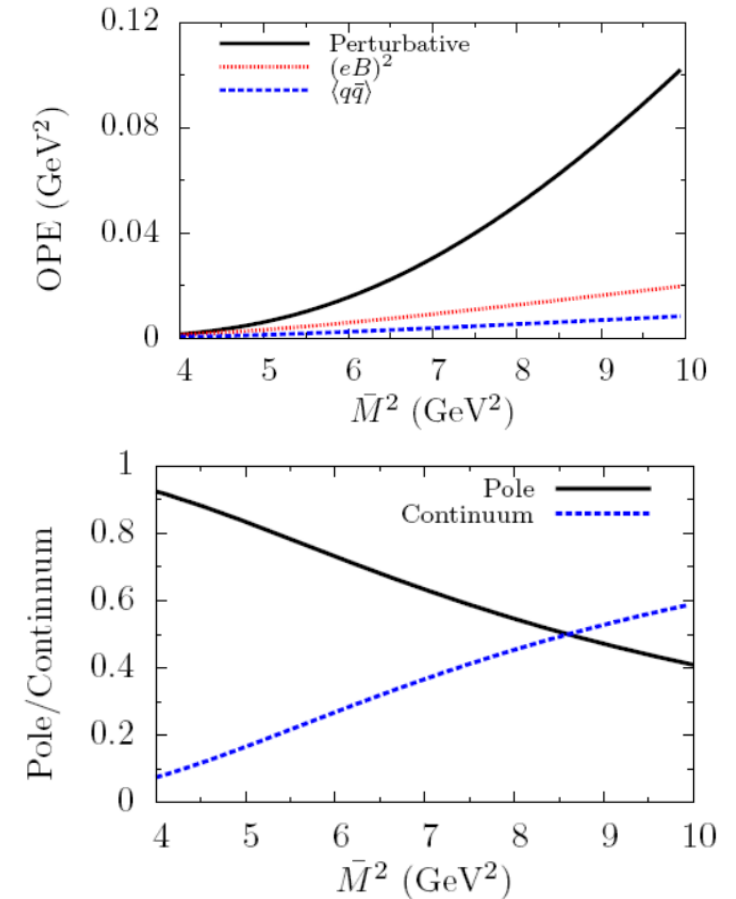
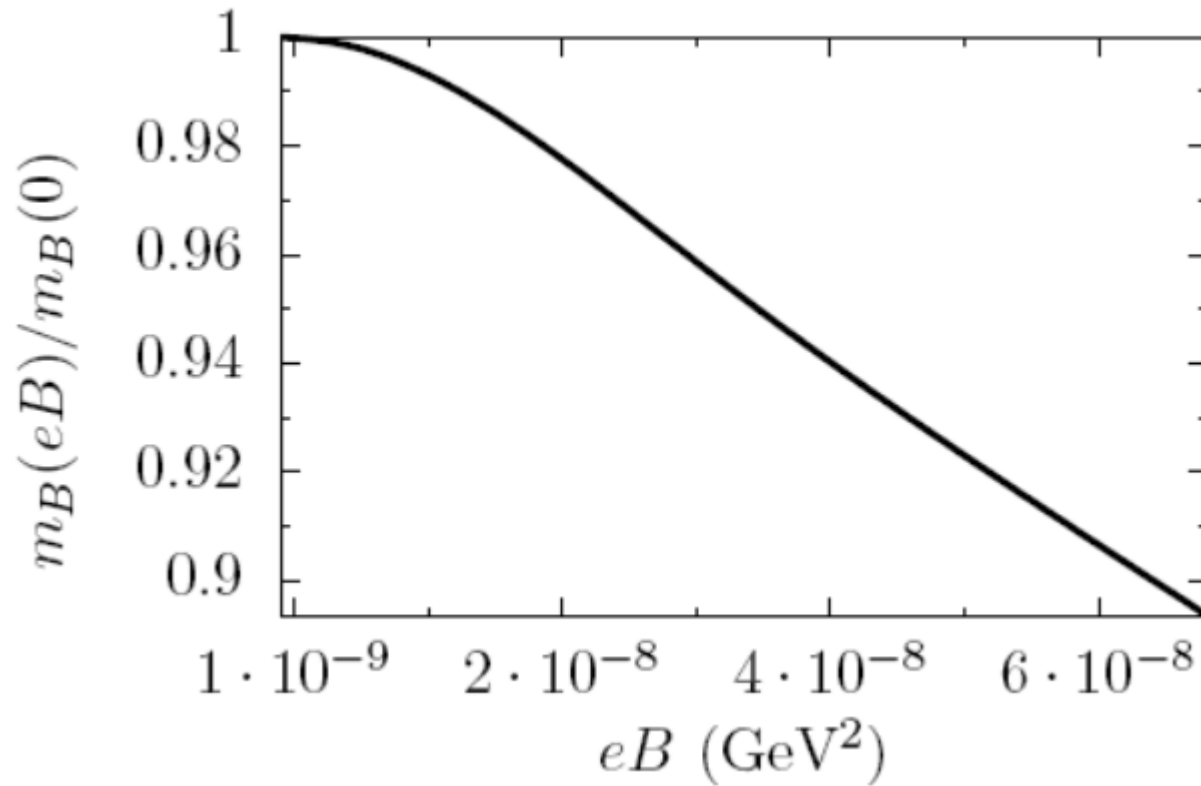
Massa do méson B  $\sim 5.2 - 5.3 \text{ GeV}$

$m_B^2 \gg eB \Rightarrow$  podemos usar a expansão em  $eB/m_B^2$  tanto na aproximação do **campo forte** ( $m^2 \ll eB \ll M^2$ ) como do **campo fraco** ( $eB \ll m^2 \ll M^2$ ).

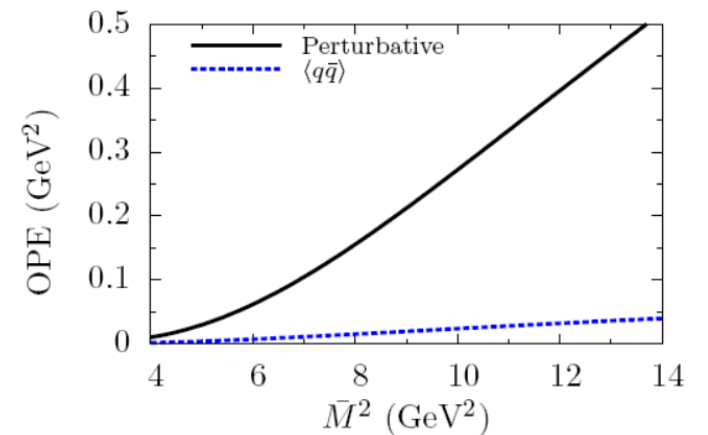
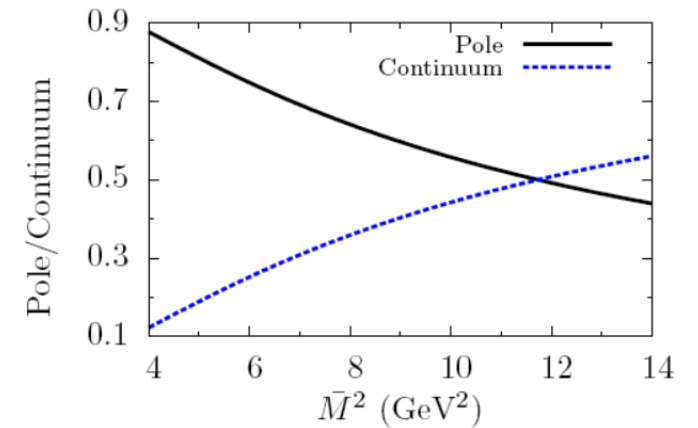
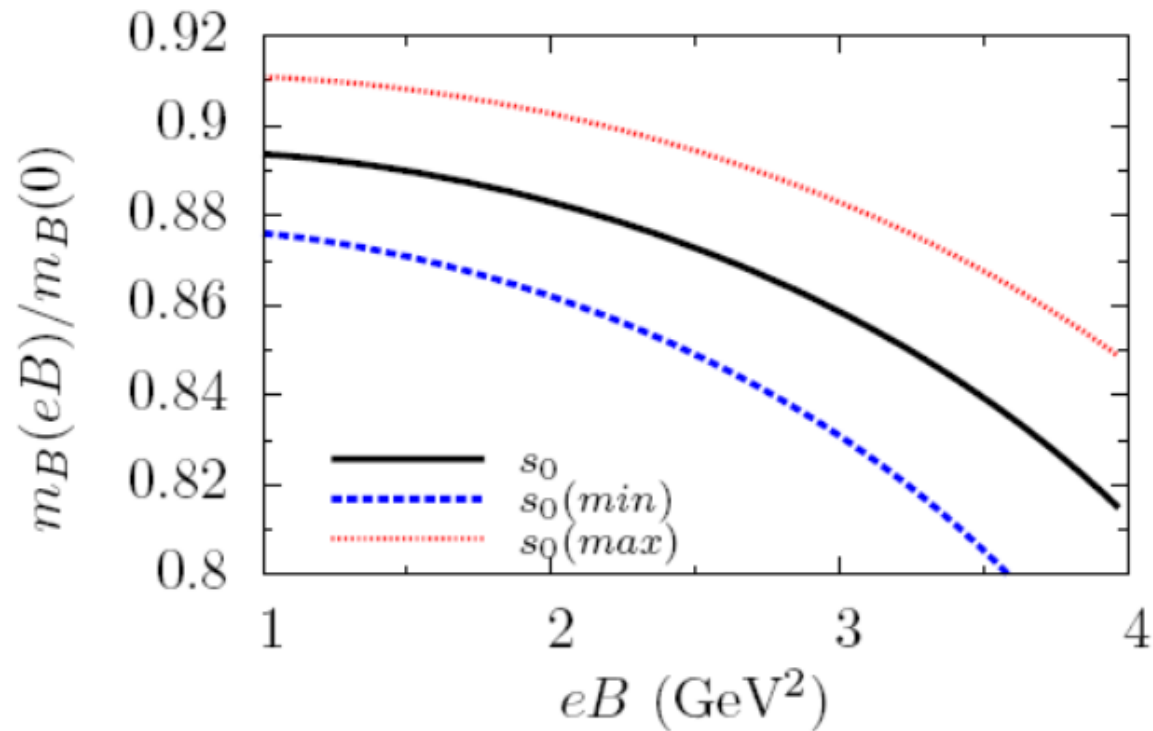
Propagador até ordem  $(eB)^2$  para uma partícula de spin 0:

$$G(p) = \frac{1}{p^2 - m^2} - (eB)^2 \left[ \frac{1}{(p^2 - m^2)^3} + \frac{2p_\perp^2}{(p^2 - m^2)^4} \right]$$

# Resultados para campo magnético fraco



# Resultados para campo magnético fuerte



# Conclusão

---

Campos magnéticos são gerados em colisões de íons pesados não-centrais e sua magnitude é da ordem  $m^2_{\pi}$  ;

Esses campos podem alterar a massa de mésons que possuem um quark leve;

Estudos anteriores mostraram uma tendência de redução da massa com o campo magnético;

Buscamos estudar esse efeito utilizando o método das regras de soma;

Um observável que poderia ser sensível a isso seria a seção de choque de produção do charmonium/bottomonium, como foi mostrado em **Phys. Rev.D 88, 034009 (2013)**.



# Backup slides

---

# OPE – campo fraco

---

$$\rho_{\text{pert}}^{\text{weak}}(s = q^2, q_{\perp}^2) = \rho^{(eB)^0}(s, q_{\perp}^2) + \rho_1^{(eB)^2}(s, q_{\perp}^2) + \rho_2^{(eB)^2}(s, q_{\perp}^2)$$


$$\rho^{(eB)^0}(s, q_{\perp}^2) = \frac{3}{8\pi^2} \left[ \frac{(s - m_q^2)^2}{s} + 2 \frac{m_Q m_q}{s} (s - m_Q^2) \right],$$

$$\rho_1^{(eB)^2}(s, q_{\perp}^2) = -\frac{3}{4\pi^2} (cC)(eB)^2 \frac{m_Q^2}{s^3} (q_{\perp}^2),$$

$$\rho_2^{(eB)^2}(s, q_{\perp}^2) = -\frac{(c^2 + C^2)(eB)^2 m_Q^4}{4\pi^2 (m_Q^2 - s)^2 (s)^3} [6m_Q^4 - m_Q^2 (s - 14q_{\perp}^2) - 3s(2s + 7q_{\perp}^2)].$$

The Borel transformed correlator in the weak field approximation is

$$\hat{\Pi}_{\text{weak}}^{\text{OPE}}(\bar{M}, q_{\perp}^2) = \int_{s_{\text{min}}}^{s_0} ds \left[ \rho_{\text{pert}}^{\text{weak}}(s, q_{\perp}^2) e^{-s/\bar{M}^2} \right] + \hat{\Pi}_{\langle \bar{q}q \rangle}(\bar{M}).$$

$$\hat{\Pi}_{\langle \bar{q}q \rangle}(\bar{M}) = -m_Q \langle \bar{q}q \rangle e^{-m_Q^2/\bar{M}^2}$$


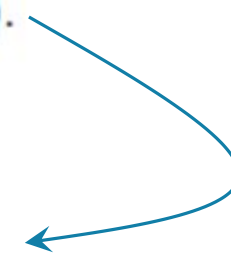
# OPE – campo forte

---

$$\rho_{\text{pert}}^{\text{strong}}(s = q^2, q_{\perp}) = \frac{3}{2\pi} e^{-q_{\perp}^2/(ceB)} \int_0^{\sqrt{s+q_{\perp}^2-m_Q^2}} dk_{\parallel} k_{\parallel} e^{-\frac{k_{\perp}^2}{ceB}} I_0 \left( \frac{2k_{\parallel} \sqrt{q_{\perp}^2 + s}}{ceB} \right).$$

Finally, the Borel transformed correlator in the strong field approximation is

$$\hat{\Pi}_{\text{strong}}^{\text{OPE}}(\bar{M}, q_{\perp}) = \int_{s_{\text{min}}}^{s_0} ds \left[ \rho_{\text{pert}}^{\text{strong}}(s, q_{\perp}) e^{-s/\bar{M}^2} \right] + \hat{\Pi}_{\langle \bar{q}q \rangle}(\bar{M}).$$

$$\hat{\Pi}_{\langle \bar{q}q \rangle}(\bar{M}) = -m_Q \langle \bar{q}q \rangle e^{-m_Q^2/\bar{M}^2}$$


# Lado Fenomenológico

---

Therefore, we expand the propagator in (40) in powers of  $eB/m_H^2$  and the final result up to order  $(eB)^2$  is

$$G(q) = \frac{1}{q^2 - m_H^2} - (eB)^2 \left[ \frac{1}{(q^2 - m_H^2)^3} + \frac{2q_\perp^2}{(q^2 - m_H^2)^4} \right].$$

The Borel transform of the pole phenomenological side is then given by

$$\hat{\Pi}^{\text{phen}}(\bar{M}^2) = \frac{m_H^4}{m_Q^2} f_H^2 e^{-m_H^2/\bar{M}} \left[ 1 - (eB)^2 \left( \frac{1}{2\bar{M}^4} + \frac{q_\perp^2}{3\bar{M}^6} \right) \right].$$

# QCSDR para $eB=0$

---

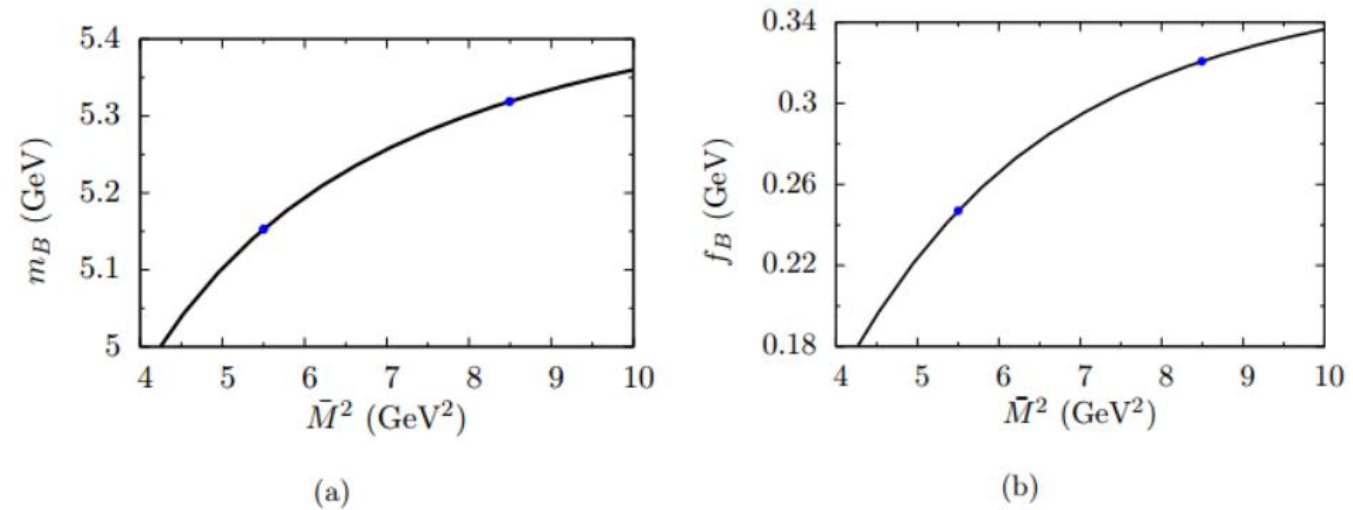
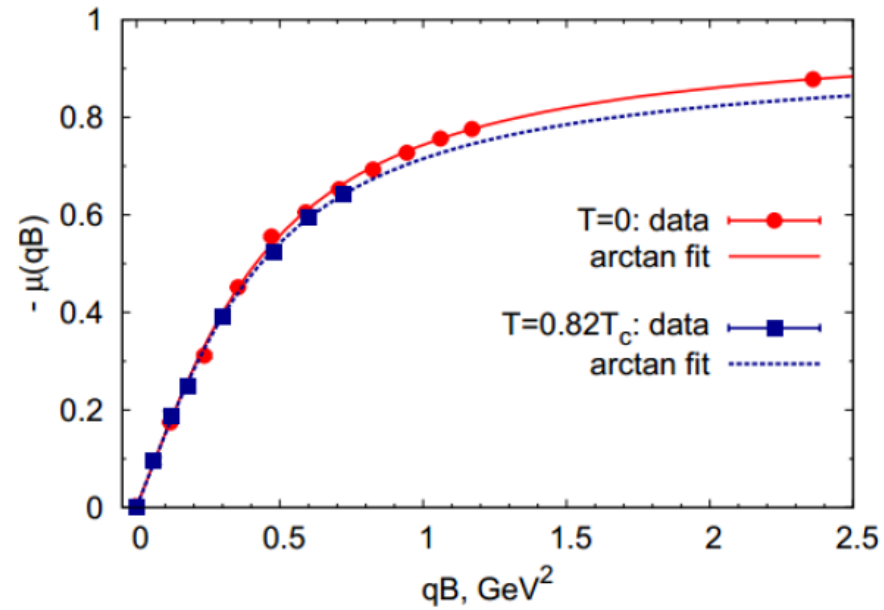


FIG. 2: Dependence of the mass (a) and coupling constant (b) of the B meson, as functions of the Borel mass, in the absence of a magnetic field. The points indicate the Borel window.

# Outros condensados



$$\mu_f = \left| \frac{\langle 0 | \bar{\psi} i \gamma_1 \gamma_2 \psi | 0 \rangle}{\langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle} \right|$$

P. V. Buividovich, M. N. Chernodub, E. V. Luschevskaya and M. I. Polikarpov,  
Nucl. Phys. B 826, 313 (2010).