

# Estudo de glueballs dentro do formalismo das Equações de Bethe-Salpeter

Doutorando: Emanuel Veras de Souza  
Orientadora: Dra. Arlene Cristina Aguilar

IFGW - DRCC - Grupo de Física Hadrônica

06 de Fevereiro de 2014



- Propriedades dos glueballs
- Glueballs: Abordagem não-relativística e relativística
- Formalismo de Bethe-Salpeter
- Equações de Schwinger-Dyson
- Equações para glueballs de spin zero
- Solução das Equações de Bethe-Salpeter
- Perspectivas

# Propriedades dos glueballs

- A QCD prevê a existência de estados ligados compostos exclusivamente por glúons, devido aos termos  $(gf^{abc}(\partial_\mu A_\nu^a)A_\mu^b A_\nu^c)$  e  $\frac{1}{4}g^2(f^{eab}A_\mu^a A_\nu^b)(f^{ecd}A_\mu^c A_\nu^d)$  de auto-interação do glúon que aparecem na Lagrangiana da QCD. E esses estados ligados receberam o nome de glueballs.
- Os estados ligados constituídos de dois ou três glúons são os mais estudados.
- São estados neutros de cor.
- O número bariônico de um glueball é zero.
- Glueballs formados por dois glúons podem ter momento angular total ("spin intrínseco")  $J = 0$  (que são escalar ou pseudo-escalar) ou  $J = 2$ . Já os glueballs constituídos por três glúons podem ter  $J = 1$  ou  $J = 3$ .

# Propriedades dos glueballs

- Todos os glueballs têm o momento angular total inteiro, indicando que são bósons em vez de férmions.
- Todos os glueballs têm carga elétrica igual a zero.
- Para o estudo do glueball, são considerados todas as possíveis combinações dos números quânticos P (paridade) e C (conjugação de carga) para cada possível momento angular total.

## Possíveis candidatos experimentais

- $X(3020)$  é candidato para um estado excitado de glueball  $2^{-+}, 1^{+-}$  ou  $1^{--}$  com massa próximo de  $3.02 \text{ GeV}/c^2$ .<sup>1</sup>
- $f_0(500)/\sigma$  é consistente com glueball com massa 1000 MeV ou 1500 MeV.<sup>2</sup>
- $f_0(980)$  é consistente com a existência de glueballs leves.
- $f_0(1370)$  é um candidato para o estado misturado de glueball-méson.

<sup>1</sup>Y. K. Hsiao, C. Q. Geng, <http://arxiv.org/abs/1302.331>

<sup>2</sup>W. Ochs, Journal of Physics G 40 (2013)

# Propriedades dos glueballs

## Glueballs na rede

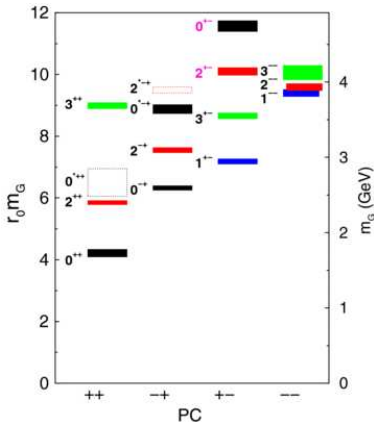


Figura: Espectro de massa de glueballs na teoria de gauge pura simulados na rede.<sup>4</sup>

<sup>3</sup>V. Mathieu, N. Kochelev, V. Vento, Int. J. Mod. Phys. E 18:1-49 (2009)

# Glueballs: Abordagem não-relativística e relativística

## Modelo não-relativístico<sup>5</sup>

- Os glueballs neste modelo, são tratados como estados ligados de glúons massivos interagindo através de um potencial  $V(r) = 2m[1 - \exp(-r/r_0)]$ , onde  $m$  é a massa efetiva do glúon, tomado em 500 MeV, e  $r_0 = 0.6\text{fm}$ .
- O estado ligado é investigado através da Equação de Schrödinger não-relativística.

## Formalismo de Bethe-Salpeter<sup>6</sup>

- O formalismo de Bethe-Salpeter é um importante método para se obter informações de sistemas de estados ligados dentro de um formalismo covariante.

---

<sup>5</sup>J. M. Cornwall and A. Soni, Phys. Lett. 120B, 431, (1983)

<sup>6</sup>J. Meyers and E.S. Swanson, Phys. Rev. D 87, 036009, (2013)

# Formalismo de Bethe-Salpeter

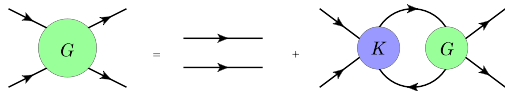


Figura: Equação de Bethe-Salpeter não homogênea

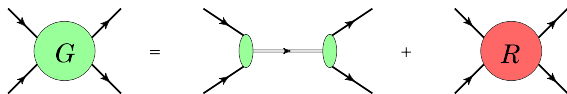


Figura: Contribuição do pólo no momento total da função de Green de 4-pontos

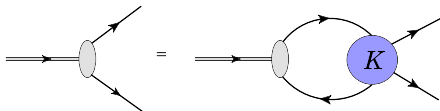


Figura: Equação de Bethe-Salpeter homogênea

# Formalismo de Bethe-Salpeter

As equações de Bethe-salpeter para o glueball são:

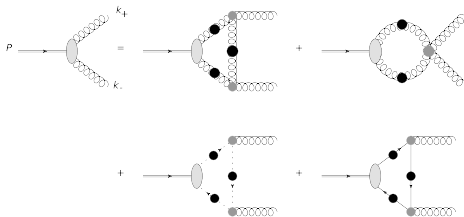


Figura: Equação de Bethe-Salpeter Gluônica.

$$\begin{aligned}
 \chi_{\mu\nu}(k_+, k_-) = & ig^2 C_A \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \Gamma^{\gamma\mu\sigma}(q_+, -k_+, Q) \Delta_{\gamma\alpha}(q_+) \chi_{\alpha\beta}(q_+, q_-) \Delta_{\beta\lambda}(q_-) \Gamma^{\lambda\nu\eta}(q_-, -k_-, Q) \Delta_{\eta\sigma}(Q) \\
 & + ig^2 C_A \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \Gamma^{\lambda\mu\sigma\nu}(q_+, -k_+, q_-, -k_-) \Delta_{\lambda\alpha}(q_+) \chi_{\alpha\beta}(q_+, q_-) \Delta_{\beta\sigma} \\
 & + ig^2 C_A \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \Gamma^\mu(q_+, Q, -k_+) D(Q) \Gamma^\nu(Q, -q_-, -k_-) D(q_-) \chi_D(q_+, q_-) D(q_+) \\
 & - \frac{g}{2} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \text{tr}[\bar{\Gamma}^\nu(Q, -q_-, k_-) S(-q_-) \chi_S(q_+, q_-) S(q_+) \bar{\Gamma}^\mu(q_+, Q, k_+) S(Q)]
 \end{aligned}$$



# Formalismo de Bethe-Salpeter

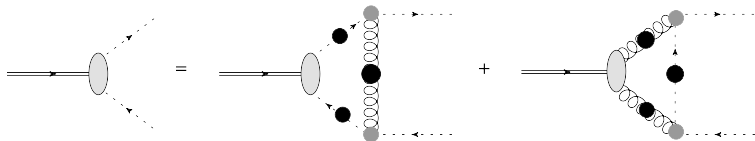


Figura: Equação de Bethe-Salpeter do ghost.

$$\begin{aligned} \chi_D(k_+, k_-) = & ig^2 C_A \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \Gamma^\nu(-k_-, -q_-, Q) D(q_-) \chi_D(q_+, q_-) D(q_+) \Gamma^\mu(q_+, k_+, -Q) \Delta_{\mu\nu}(Q) \\ & + ig^2 C_A \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \Gamma^\nu(-k_-, -Q, q_-) D(Q) \Gamma^\mu(-Q, k_+, q_+) \Delta_{\mu\alpha}(q_+) \chi_{\alpha\beta}(q_+, q_-) \Delta_{\beta\nu}(q_-) \end{aligned}$$

# Formalismo de Bethe-Salpeter

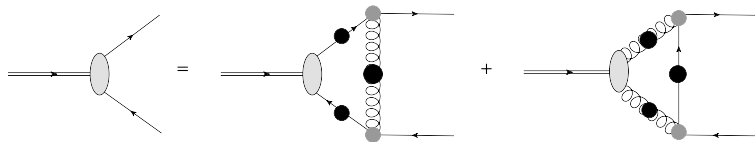


Figura: Equação de Bethe-Salpeter do quark.

$$\begin{aligned} \chi_S(k_+, k_-) = & ig^2 C_F \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \bar{\Gamma}^\mu(-k_-, -q_-, -Q) S(-q_-) \chi_S(q_+, q_-) S(q_+) \bar{\Gamma}^\nu(q_+, k_+, Q) \Delta_{\mu\nu}(Q) \\ & + g^2 C_F \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \bar{\Gamma}^\nu(-k_-, -Q, -q_-) S(-Q) \bar{\Gamma}^\mu(-Q, k_+, -q_+) \Delta_{\mu\alpha}(q_+) \chi_{\alpha\beta}(q_+, q_-) \Delta_{\beta\nu}(q_-) \end{aligned}$$

# Formalismo de Bethe-Salpeter

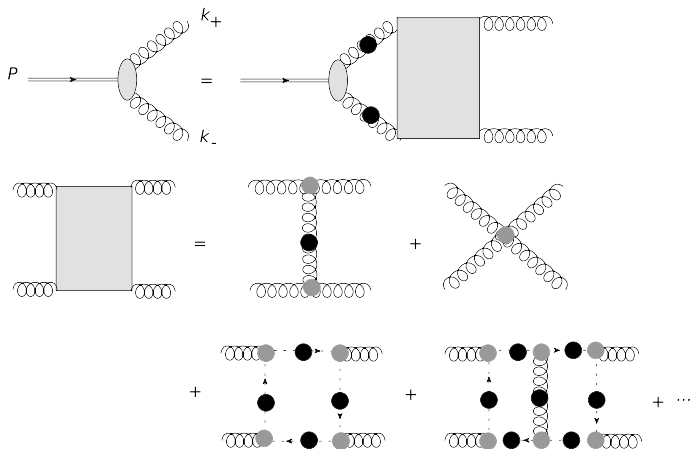


Figura: EBS indicando o núcleo de BS no caso da gauge pura.

Os elementos necessários para a investigação são os propagadores e vértices de interação. Os propagadores usados são:

## Propagador do Glúon

$$i\Delta_{\mu\nu}^{ab}(k) \equiv i\delta^{ab}\Delta_{\mu\nu}(k) = -i\left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2}\right)\Delta(k^2) \quad (1)$$

## Propagador do Ghost

$$iD^{ab}(k) \equiv i\delta^{ab}D(k) = i\delta^{ab}\frac{F(k^2)}{k^2} \quad (2)$$

# Formalismo de Bethe-Salpeter

E os Ansätze dos vértices de interação quark-glúon<sup>7</sup>, ghost-glúon<sup>8</sup>, 3-glúons<sup>9</sup> e 4-glúons são:

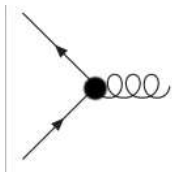


Figura: Vértice quark-glúon

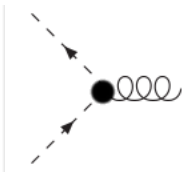


Figura: Vértice ghost-glúon

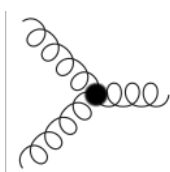


Figura: Vértice de 3-glúons

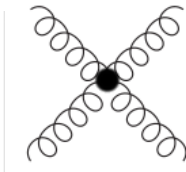


Figura: Vértice de 4-glúons

<sup>7</sup>A.C. Aguilar and J. Papavassiliou, Phys. Rev. D 83, 014013 (2011)

<sup>8</sup>L. von Smekal, A. Hauck, and R. Alkofer, Ann. Phys. 267, 1 (1998)

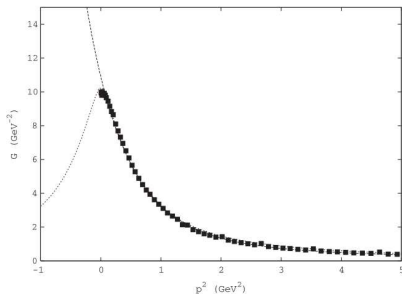
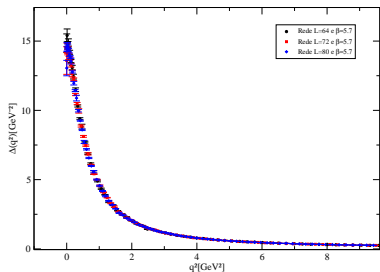
<sup>9</sup>M.R. Pennington and D.J. Wilson, Phys. Rev.D84, 119901 (2011)

# Equações de Schwinger-Dyson

$$\begin{aligned} \text{Gluon Propagator}^{-1} &= \text{Bare Propagator}^{-1} - \frac{1}{2} \text{Loop Diagram}^{-1/2} - \frac{1}{2} \text{Tadpole Diagram}^{-1/2} \\ &\quad - \frac{1}{6} \text{Two-Loop Diagram}^{-1/6} - \frac{1}{2} \text{Two-Loop Diagram}^{-1/2} \\ &\quad + \text{Ghost Loop Diagram} + \text{Fermion Loop Diagram} \end{aligned}$$

Figura: Equação de Schwinger-Dyson para o propagador do glúon

# Equações de Schwinger-Dyson



Fits<sup>10</sup> para os dados da rede<sup>11</sup> para o propagador do glúon:

$$G_{lat}(p^2) = 1.409 \frac{1 - \exp[-2.00(p^2 - 1.144)]}{p^2 - 1.144} \text{ GeV}^{-2} \quad (3)$$

$$G_{lat}(p^2) = \frac{4.70}{(p^2)^{1.44 + 0.454}} \text{ GeV}^{-2} \quad (4)$$

<sup>10</sup>J. Meyers and E.S. Swanson, Phys. Rev. D 87, 036009, (2013)

<sup>11</sup>I. L. Bogolubsky, E. M. Ilgenfritz, M. Muller-Preussker and A. Sternbeck, PoS LAT 2007, 290 (2007); Phys. Lett. B 676, 69 (2009)

# Equações de Schwinger-Dyson



Figura: Equação de Schwinger-Dyson para o propagador do ghost

$$(D^{-1})(p) = (D_0^{-1})(p) - gC_A \int \frac{d^4q}{(4\pi)^4} p^\mu D(q) \Gamma^\nu(q, p, q-p) \Delta_{\mu\nu}(p-q)$$



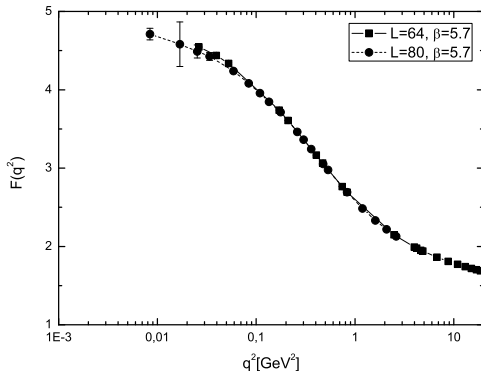


Figura: O dressing do propagador do ghost obtido através da QCD na rede<sup>12</sup>

<sup>12</sup>I. L. Bogolubsky, E. M. Ilgenfritz, M. Muller-Preussker and A. Sternbeck, PoS LAT 2007, 290 (2007)

# Equações para glueballs de spin zero

A estrutura de Lorentz geral para um glueball escalar é da forma<sup>13</sup>:

$$\begin{aligned}\chi^{\mu\nu}(k_+, k_-) = & A_0 g^{\mu\nu} + A_1 k_+^\mu k_+^\nu + A_2 k_-^\mu k_-^\nu + A_3 K_+^\mu A_-^\nu \\ & + A_4 k_-^\mu k_+^\nu + A_5 \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} k_{+\alpha} k_{-\beta}\end{aligned}\quad (5)$$

Aplicando a transversalidade e a paridade

$$k_+^\mu \chi_{\mu\nu}(k_+, k_-) = k_-^\nu \chi_{\mu\nu}(k_+, k_-) = 0 \quad (6)$$

$$\chi_R^{\mu\nu}(k_+, k_-) = \epsilon(\mu, \nu) \cdot \Pi_R \cdot \chi_R^{\mu\nu}(\tilde{k}_+, \tilde{k}_-) \quad (7)$$

---

<sup>13</sup>J. Meyers and E.S. Swanson, Phys. Rev. D 87, 036009, (2013)

# Equações para glueballs de spin zero

## Glueball pseudoescalar $[0^{-+}]$

$$\chi^{\mu\nu}(k_+, k_-) = \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} k_\alpha P_\beta F(k, P) \quad (8)$$

## Glueball escalar $[0^{++}]$

$$\chi^{\mu\nu}(k_+, k_-) = A(k, P)A^{\mu\nu} + B(k, P)B^{\mu\nu} \quad (9)$$

$$A_{\mu\nu} \equiv \frac{k_\mu^{\perp+} k_\nu^{\perp-}}{k^{\perp+} \cdot k^{\perp-}}; \quad B_{\mu\nu} \equiv g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu^- k_\nu^+}{k^+ \cdot k^-} \quad (10)$$

$$K_\mu^{\perp+} = k_\mu^+ - k_\mu^- \frac{(k^+)^2}{k^+ \cdot k^-}; \quad K_\mu^{\perp-} = k_\mu^- - k_\mu^+ \frac{(k^-)^2}{k^+ \cdot k^-} \quad (11)$$

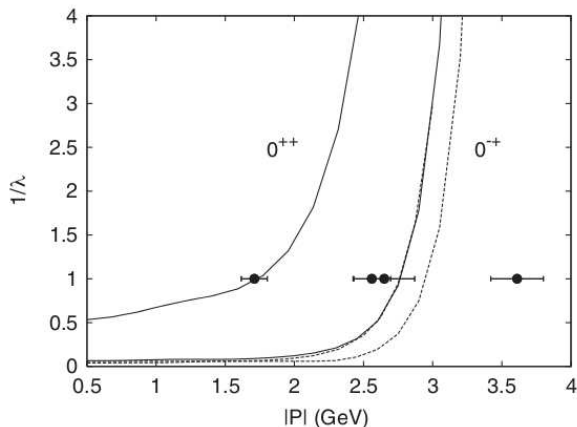
Resolver um problema de autovalor do tipo:

$$\vec{F}(k, P) = \lambda(P) \int d^4 q \mathcal{K}(k, q; P) \vec{F}(q; P) \quad (12)$$

- Procurar métodos numéricos para a solução do problema de autovalor.
- Os autovetores e autovalores dependem parametricamente do momento do glueball  $P_E^2$ , que é variado para obter a massa do glueball em  $\lambda(P_E^2 = -M^2) = 1$ .

# Soluções das Equações de Bethe-Salpeter

Autovalores da BS do Glueball<sup>14</sup> em comparação com os dados da rede<sup>15</sup>.



$M(0^{++}) = 1730 \pm 94 \text{ MeV}$
$M(0^{++'}) = 2670 \pm 222 \text{ MeV}$
$M(0^{-+}) = 2590 \pm 136 \text{ MeV}$
$M(0^{-+'}) = 3640 \pm 189 \text{ MeV}$

<sup>14</sup>J. Meyers and E.S. Swanson, Phys. Rev. D 77, 036009, (2008)

<sup>15</sup>Y. Chen et al., Phys. Rev. D 73, 014516 (2006); C. J. Morningstar and M. Peardon, Phys. Rev. D 60 034509 (1999)

- Aplicar o estudo com Ansätze de vértices e propagadores modificados.
- Aprimorar o fit do propagador do glúon na região de Minkowski.
- Melhorar o esquema de truncamento do método.
- Incluir o efeito dos quarks nos cálculos.