



F 128
R/S



12. Dinâmica de Rotações

Prof. Rickson C. Mesquita



Movimento de Translação

Descrição do movimento de 1 partícula

- 2a lei de Newton ($\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$)
- Teorema do Trabalho-Energia Cinética

Descrição de um sistema de N partículas

- Centro de Massa $\vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{P}$ é cte. no tempo

Movimento de Rotação

Descrição do movimento de rotação

- Variáveis angulares; momento de inércia
- 2a lei de Newton para rotação ($\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$) $\Rightarrow \vec{\tau}_{ext} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

Leis de Conservação na Rotação

1.

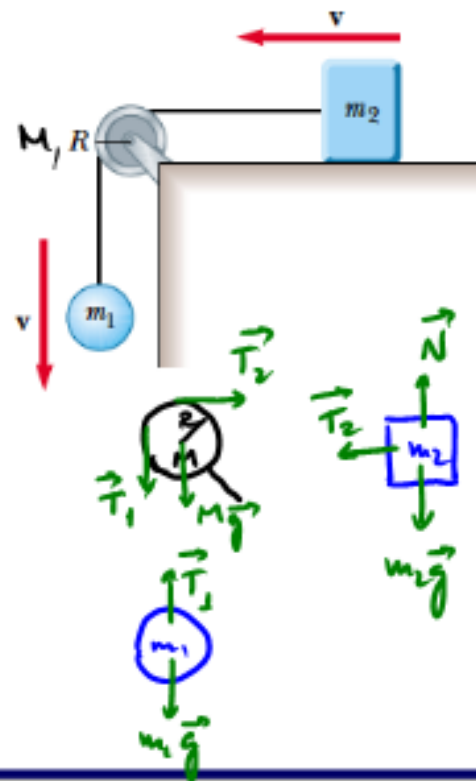
Considere o sistema ao lado que passa por uma polia de raio R (momento de inércia $I = MR^2/2$). Desprezando o atrito entre m_2 e a mesa, calcule a aceleração do sistema.

$$m_1 g - T_1 = m_1 a$$
$$T_2 = m_2 a \quad ; \quad N = m_2 g$$

$$T_1 R - T_2 R = I_{cm} \cdot \alpha = \frac{MR^2}{2} \cdot \frac{a}{R}$$

$$R(T_1 - T_2) = \frac{MR}{2} a$$

$$m_1 g - m_1 a - (m_2 a) = \frac{M}{2} a$$

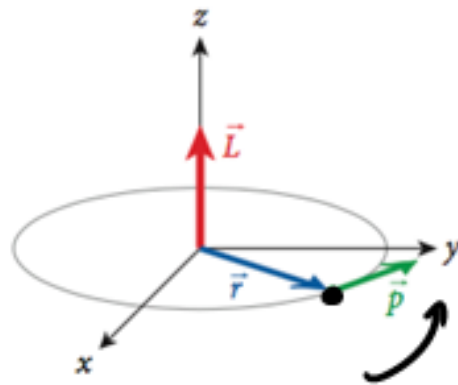


F128 - 1º Semestre de 2013

$$m_1 g = m_1 a + m_2 a + \frac{M}{2} a \Rightarrow a = \frac{m_1}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}} g$$

Momento Angular

1 partícula

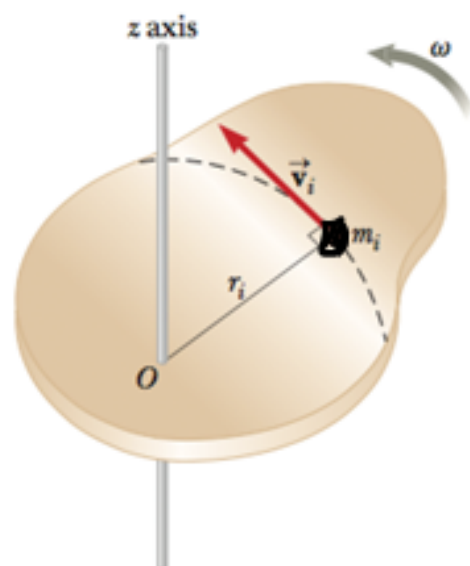


$$\vec{l} \equiv \vec{r} \times \vec{p}$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Momento Angular

Corpo Rígido
(Várias partículas)



$$\vec{L} = \sum_i \vec{\ell}_i = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{p}_i = \sum_i \vec{r}_i \times m_i \vec{v}_i$$

$$|\vec{L}| = \sum_i m_i r_i \cdot \omega \cdot r_i = \underbrace{\sum_i m_i r_i^2}_{I} \cdot \omega$$

$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$$

$$(p = m v)$$

2.

Qual o momento angular e o torque do pinguim em relação ao ponto Q?

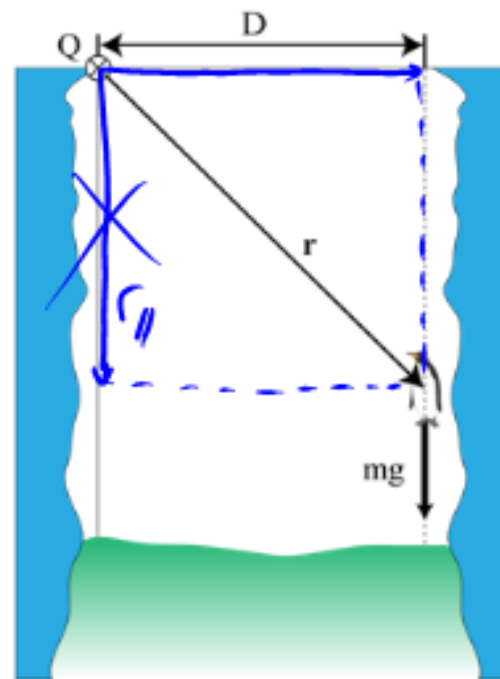
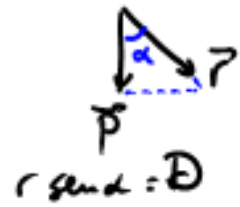
$$mgDt$$

$$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$|\vec{l}| = r \cdot m v \cdot \sin \alpha$$

$$= r \sin \alpha \cdot m v = D \cdot m v$$

$$l = D \cdot m \cdot v = D \cdot m \cdot g t = mgD \cdot t$$



$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{l}}{dt}$$

$$\frac{dl}{dt} = mgD$$

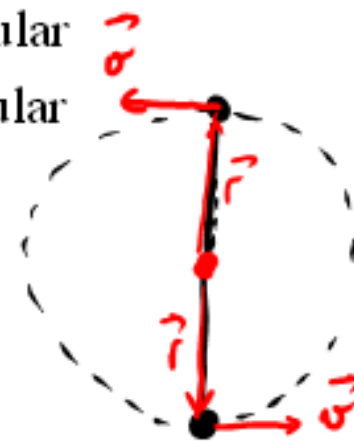
$$\vec{\tau} = |\vec{r} \times \vec{F}| = D \cdot mg$$

3.

Considere uma bola presa numa corda que ~~corda~~^{roda} num círculo vertical. O momento angular da bola no topo da trajetória circular é

- A) Maior do que o momento angular na base da trajetória circular
- B) Menor do que o momento angular na base da trajetória circular
- C) O mesmo que o momento angular na base da trajetória circular

$$\vec{\tau}_{res} = 0 = \frac{d\vec{L}}{dt}$$



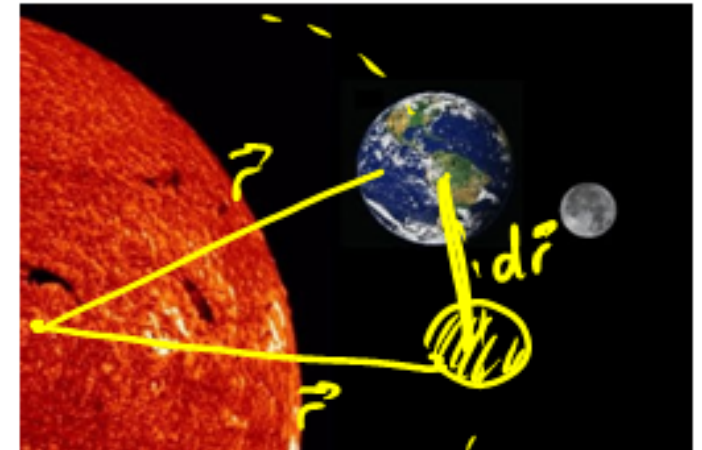
$$L = |\vec{r} \times \vec{p}|$$
$$= r \cdot m \cdot v$$

Momento Angular e 2a lei de Kepler

$$A = \frac{1}{2} \cdot \vec{r} \times d\vec{r}$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{m}{2m} \cdot \vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{1}{2m} \overbrace{\vec{r} \times \vec{p}}^{\ell}$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\ell}{2m} = \text{cte}$$



4.

Considere o mesmo sistema que anteriormente.
Considerando que o sistema anda com velocidade v , qual é o momento angular total do sistema em relação ao eixo de rotação?

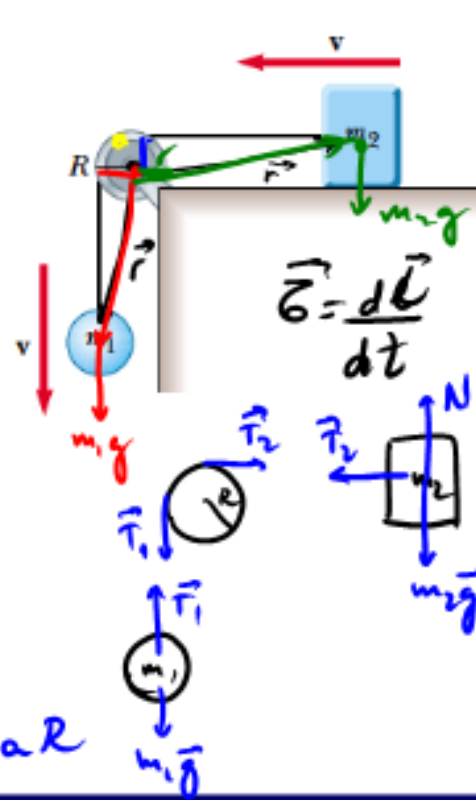
$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$|\vec{L}| = m_1 v R + R \cdot m_2 \cdot v + I_{cm} \omega$$

$$L = m_1 v R + m_2 v R + \frac{1}{2} M R^2 \cdot \frac{v}{R}$$

$$L = v R \left(m_1 + m_2 + \frac{M}{2} \right)$$

$$\frac{dL}{dt} = \frac{dv}{dt} \cdot R \left(m_1 + m_2 + \frac{M}{2} \right) = \left(m_1 + m_2 + \frac{M}{2} \right) a R$$



$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

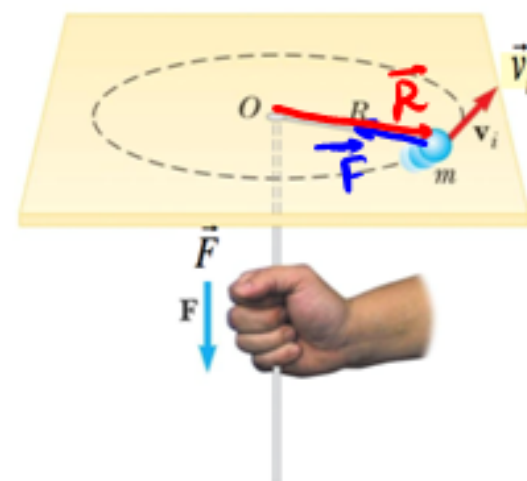
$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

$$\vec{\tau} = m_1 g \cdot R = \frac{dL}{dt} = \left(m_1 + m_2 + \frac{M}{2} \right) a R$$

$$\Rightarrow a = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}}$$

5.

Dado uma esfera que gira ao redor de uma mesa (sem atrito) com raio R e velocidade v_i , qual a velocidade da esfera após um “puxão” na corda? Qual o trabalho realizado pela força que puxa a esfera?



$$\tau_f = 0 = \frac{dL}{dt} \Rightarrow L \text{ é constante}$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$R \cdot m \cdot v_i = r \cdot m \cdot v_f \Rightarrow v_f = v_i \cdot \frac{R}{r}$$

$$\textcircled{F} = \frac{dp}{dt}$$

Conservação do momento angular

$$L = I_i \omega_i$$

$$L = I_f \omega_f$$

