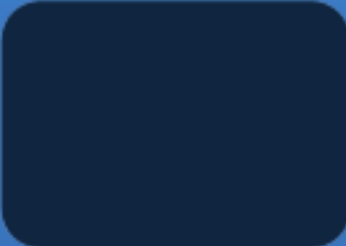




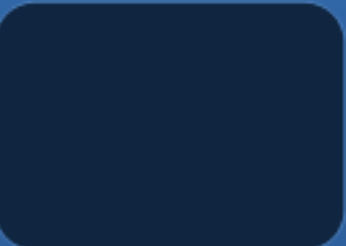
F 128
R/S



13. Rolamento



Prof. Rickson C. Mesquita



Visão geral de onde saímos e onde chegamos



Movimento de Translação

Descrição do movimento de 1 partícula

- 2a lei de Newton
- Teorema do Trabalho-Energia Cinética

Descrição de um sistema de N partículas

- Centro de Massa

Movimento de Rotação

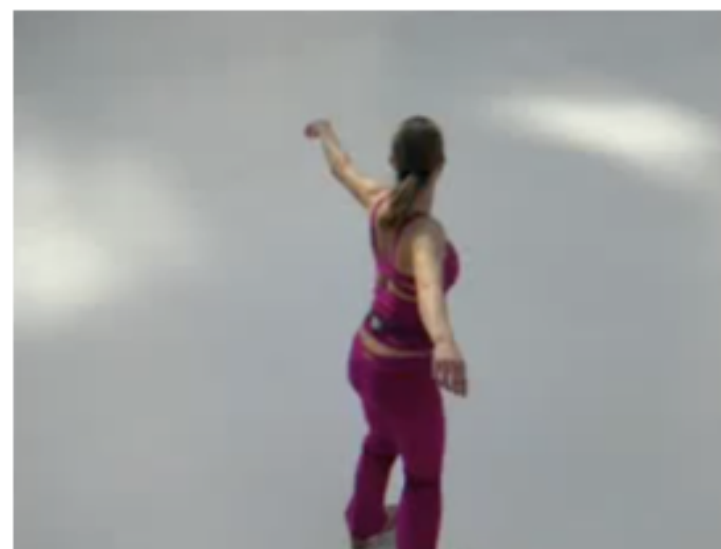
Descrição do movimento de rotação

- Variáveis angulares; momento de inércia
 - 2a lei de Newton para rotação
-

1.

Um esquiador no gelo gira com suas mãos estendidas e logo em seguida recolhe seus braços e roda mais rápido. Qual das afirmações é correta?

- A) Há conservação de energia mecânica e momento angular
- B) Há conservação de energia mecânica somente
- C) Há conservação de momento angular somente
- D) Não há conservação de energia mecânica nem de momento angular



2.

Um disco está rodando com velocidade angular w . Um pedaço de massa está preso na parte mais externa do disco. O pedaço de massa tem massa igual a $1/10$ da massa do disco. Se o pedaço se desprende e sai tangente à trajetória, qual é a velocidade angular do disco após o pedaço se desprender?

- A) $5/6 w$
- B) $10/11 w$
- C) w
- D) $11/10 w$
- E) $6/5 w$

Visão geral de onde saímos e onde chegamos



Movimento de Translação

Descrição do movimento de 1 partícula

- 2ª lei de Newton
- Teorema do Trabalho-Energia Cinética

Descrição de um sistema de N partículas

- Centro de Massa

Movimento de Rotação

Descrição do movimento de rotação

- Variáveis angulares; momento de inércia
- 2ª lei de Newton para rotação

Movimento de Translação + Rotação (Rolamento)

3.

Considere um disco de raio R que gira ao redor do centro de massa, com velocidade angular “entrando no quadro.” Quais são a velocidade de dois pontos, localizados no topo (t) e na base (b) do disco, respectivamente:

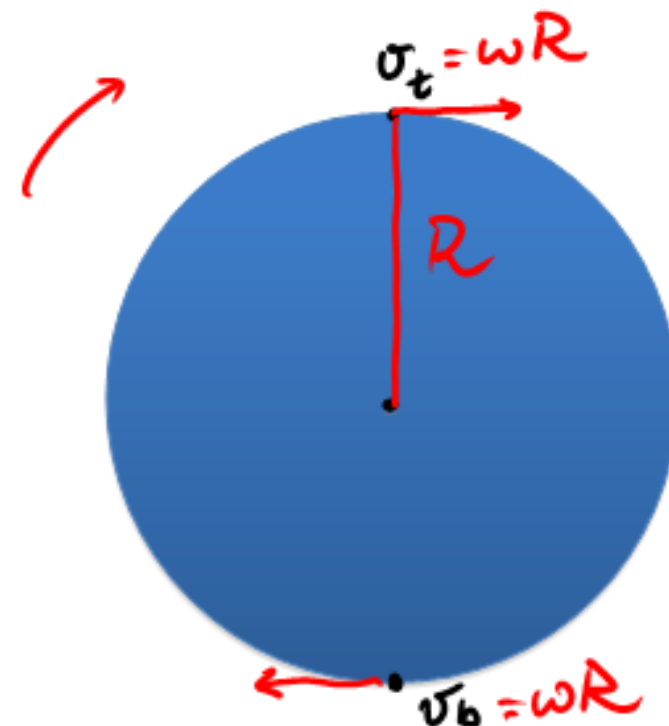
A) $v_t = \omega R/2\mathbf{i}$ e $v_b = -\omega R/2\mathbf{i}$

B) $v_t = -\omega R\mathbf{i}$ e $v_b = -\omega R\mathbf{i}$

C) $v_t = \omega R\mathbf{i}$ e $v_b = \omega R\mathbf{i}$

D) $v_t = \omega R/2\mathbf{i}$ e $v_b = -\omega R/2\mathbf{i}$

~~E) $v_t = \omega R\mathbf{i}$ e $v_b = -\omega R\mathbf{i}$~~



$\rightarrow \mathbf{i}$

4.

Considere um disco de raio R que gira ao redor de um eixo localizado na sua base, com velocidade angular “entrando no quadro.” Quais são a velocidade de três pontos, localizados no topo, no centro de massa e na base do disco, respectivamente:

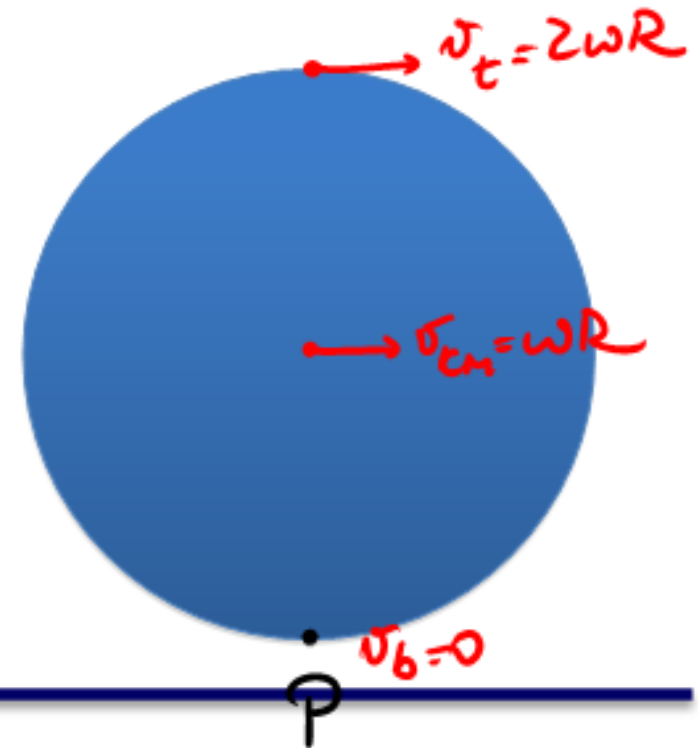
A) $v_t = \omega R \mathbf{i}$, $v_{cm} = 0$ e $v_b = -\omega R \mathbf{i}$

B) $v_t = 2\omega R \mathbf{i}$, $v_{cm} = \omega R \mathbf{i}$ e $v_b = -\omega R \mathbf{i}$

C) $v_t = \omega R \mathbf{i}$, $v_{cm} = 2\omega R \mathbf{i}$ e $v_b = 0$

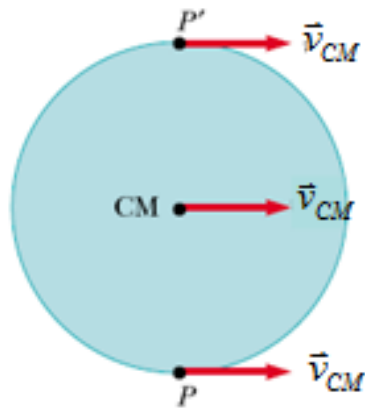
~~D) $v_t = 2\omega R \mathbf{i}$, $v_{cm} = \omega R \mathbf{i}$ e $v_b = 0$~~

E) $v_t = 2\omega R \mathbf{i}$, $v_{cm} = 0$ e $v_b = -\omega R \mathbf{i}$



Translação + Rotação

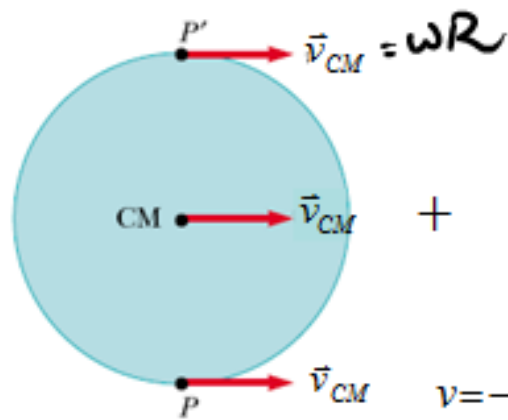
Translação
pura



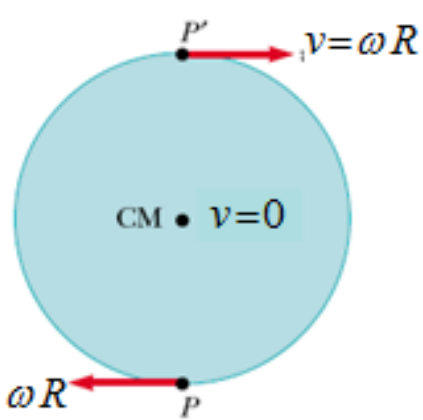
$$s = \theta R$$
$$v_{CM} = \omega \cdot R$$

Translação + Rotação

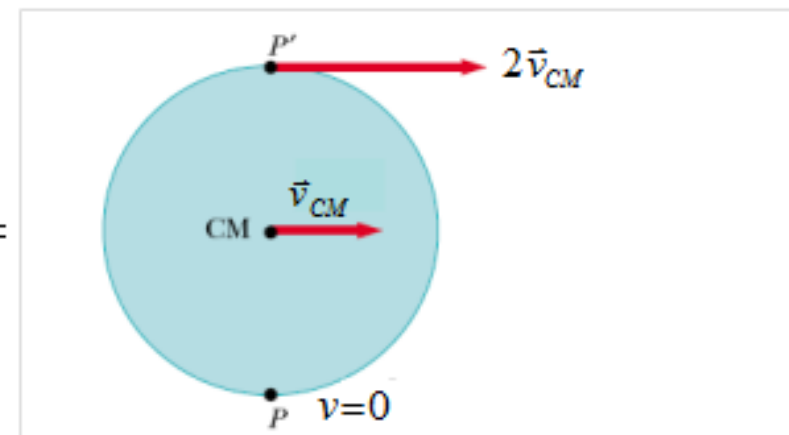
Translação
pura



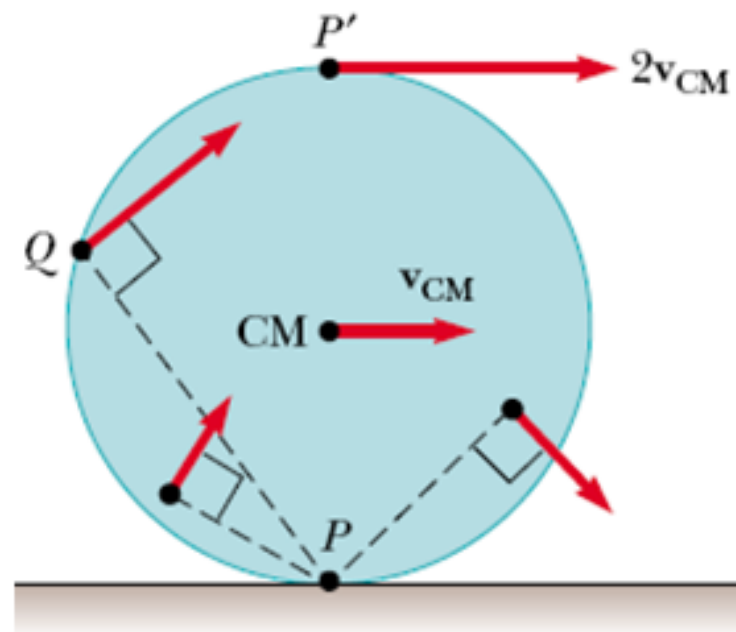
Rotação
pura



Translação
+ Rotação

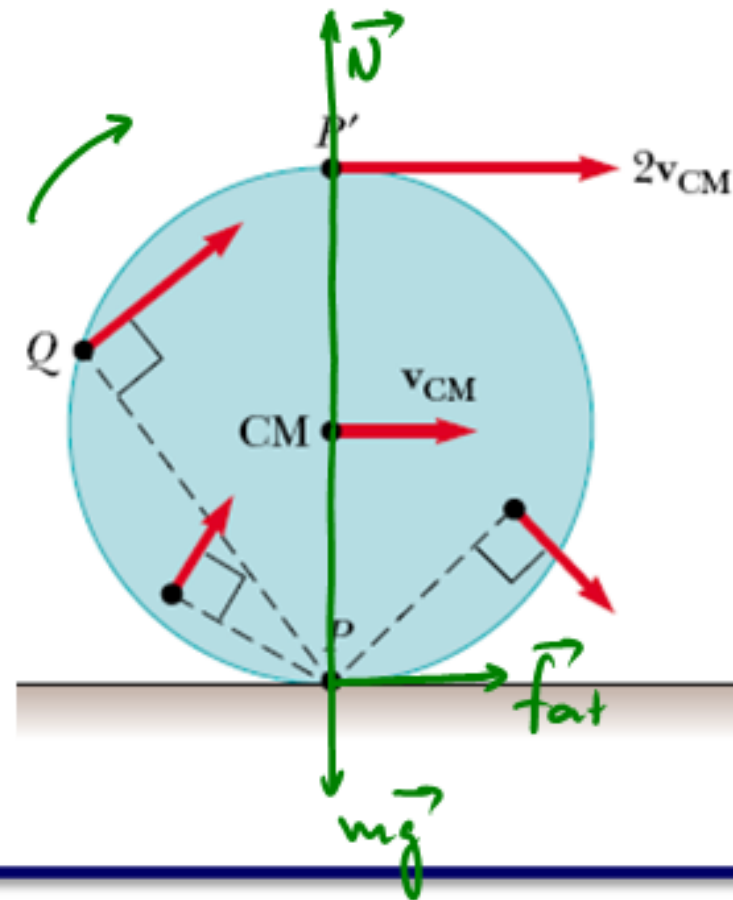


Rolamento (sem deslizamento)



Rolamento (sem deslizamento)

Considere um disco que rola sem deslizar num plano horizontal. Qual é a força responsável por produzir o torque que faz o objeto girar?



5. O problema (real) de hoje...

Quem chega primeiro à base do plano inclinado?



5. O problema de hoje...

Considere um objeto num plano inclinado conforme a figura ao lado.

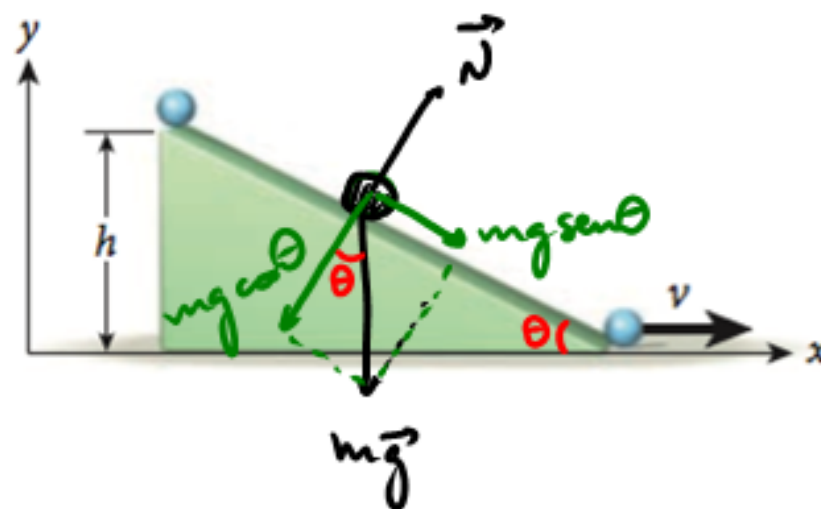
Desconsiderando o atrito entre o objeto e o plano, (a) qual é o tipo de movimento do objeto, e (b) qual é a aceleração do mesmo ao descer o plano inclinado?

$$\begin{cases} N = mg \cos \theta \\ mg \sin \theta = m a \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$a = g \sin \theta$$

deslizamento!



5. O problema de hoje...

Considere um objeto num plano inclinado conforme a figura ao lado.

(a) O que é necessário para que haja rolamento?

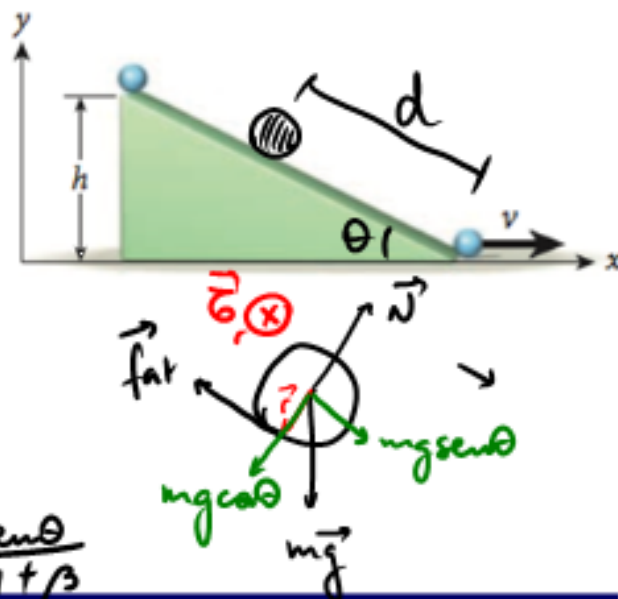
(b) Neste caso, qual é a aceleração do mesmo ao descer o plano inclinado?

$$\begin{cases} N = mg \cos \theta \\ mg \sin \theta - f_{at} = m \cdot a \\ f_{at} \cdot R = I_{cm} \cdot \alpha = \beta \cdot m R^2 \cdot \frac{a}{R} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f_{at} = \beta m a$$

$$mg \sin \theta - \beta m a = m a$$

$$\frac{1}{1+\beta} m g \sin \theta = m a \Rightarrow a = \frac{g \sin \theta}{1+\beta}$$



$$\sin \theta = \frac{h}{d}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 a dx$$

$$v^2 = 2 \cdot \frac{g \sin \theta}{1+\beta} \cdot d = \frac{2 g \sin \theta}{1+\beta} \cdot d$$

5. O problema de hoje...

Considere um objeto num plano inclinado conforme a figura ao lado.

(a) O que é necessário para que haja rolamento?

(b) Neste caso, qual é a aceleração do mesmo ao descer o plano inclinado?

$$f_{at} = \beta m a = \beta m \cdot \frac{g \operatorname{sen} \theta}{1 + \beta}$$

$$f_{at} = m g \operatorname{sen} \theta \cdot \frac{\beta}{1 + \beta}$$



$$f_{at} \leq \mu_e \cdot N = \mu_e \cdot m g \cos \theta \Rightarrow \frac{m g \operatorname{sen} \theta \cdot \beta}{1 + \beta} \leq \mu_e \cdot m g \cos \theta$$

$$\tan \theta \leq \mu_e \cdot \frac{1 + \beta}{\beta}$$

$\theta \leq \theta_{\max} \Rightarrow$ objeto roda

$\theta > \theta_{\max} \Rightarrow$ objeto desliza

5. O problema de hoje...

Considere um objeto num plano inclinado conforme a figura ao lado.

Considerando rolamento como rotação pura em torno do eixo P, calcule a aceleração do objeto ao descer o plano inclinado.

$$\tau_r = I_p \cdot \alpha$$

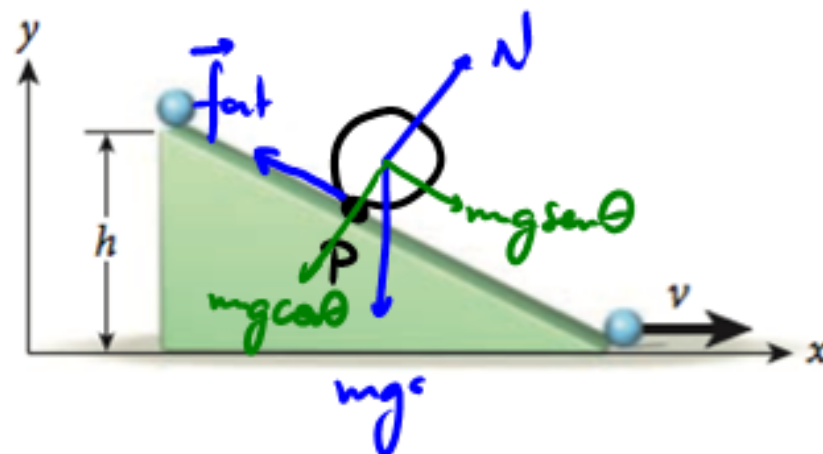
$$mg \sin \theta \cdot R = I_p \cdot \alpha$$

$$I_p = I_{cm} + m \cdot R^2$$

$$I_p = \beta m R^2 + m R^2$$

$$I_p = (1 + \beta) m R^2$$

$$mg \sin \theta \cdot R = (1 + \beta) \cdot m R^2 \cdot \frac{a}{R} \Rightarrow a = \frac{g \sin \theta}{1 + \beta}$$



5. O problema de hoje...

Considere um objeto num plano inclinado conforme a figura ao lado.

(a) Há conservação de energia mecânica?

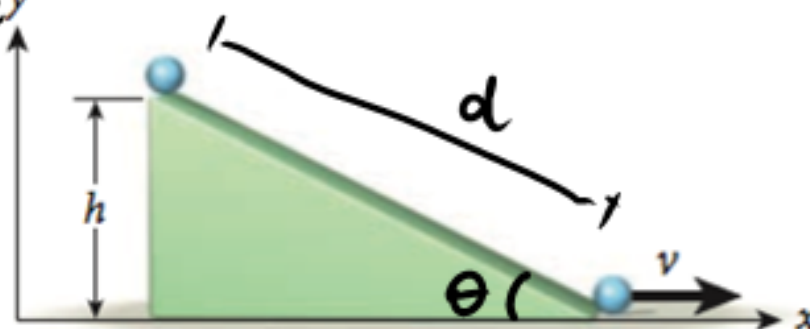
(b) Qual a velocidade do objeto ao chegar na base do plano inclinado?

$$mgh = \frac{1}{2} m v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_{cm} \omega^2 = \frac{1}{2} I_p \omega^2$$

$$2mgh = m v_{cm}^2 + \beta m R^2 \cdot \frac{v_{cm}^2}{R^2}$$

$$v_{cm}^2 (1 + \beta) = 2gh$$

$$v_{cm}^2 = \frac{2gh}{1 + \beta} = \frac{2g \operatorname{sen} \theta \cdot d}{1 + \beta}$$



$$\operatorname{sen} \theta = \frac{h}{d}$$

5. O problema de hoje...

Considere um objeto num plano inclinado conforme a figura ao lado.

(a) Há conservação de energia mecânica?

(b) Qual a velocidade do objeto ao chegar na base do plano inclinado?

$$mgh = \frac{1}{2} I_p \omega^2$$

$$2mgh = I_p \omega^2 = (1 + \beta) m R^2 \cdot \frac{v_{cm}^2}{R^2}$$

$$v_{cm}^2 = \frac{2gh}{(1 + \beta)} = \frac{2gd \sin \theta}{1 + \beta}$$

