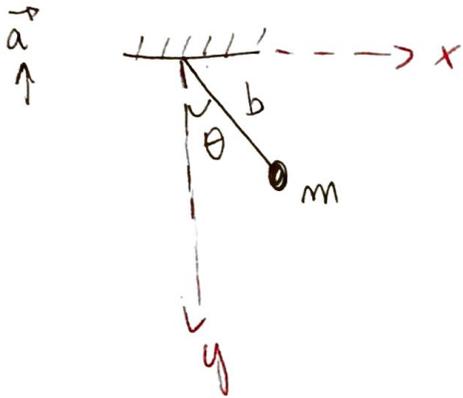


3º Teste (B) de F315 – Mecânica Geral – Turma B noturno – 13/11/2018

Nome: _____ RA: _____

Um pêndulo simples de comprimento b e massa m é conectado a um suporte horizontal sem massa movendo-se verticalmente com aceleração constante a . Encontre a Lagrangiana do pêndulo.



$$\begin{cases} x = b \sin \theta \\ y = b \cos \theta - \frac{1}{2} a t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = b \cos \theta \dot{\theta} \\ \dot{y} = -b \sin \theta \dot{\theta} - a t \end{cases}$$

$$L = T - U$$

$$\begin{aligned} \rightarrow T &= \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \\ &= \frac{1}{2} m (b^2 \cos^2 \theta \dot{\theta}^2 + b^2 \sin^2 \theta \dot{\theta}^2 + a^2 t^2 + 2 a b t \sin \theta \dot{\theta}) \\ &= \frac{1}{2} m (b^2 \dot{\theta}^2 + a^2 t^2 + 2 a b t \sin \theta \dot{\theta}) \end{aligned}$$

$$\rightarrow U = m g y = m g (b \cos \theta - \frac{1}{2} a t^2)$$

$$L = \frac{1}{2} m (b^2 \dot{\theta}^2 + a^2 t^2 + 2 a b t \sin \theta \dot{\theta}) - m g (b \cos \theta - \frac{1}{2} a t^2)$$

3º Teste (A) de F315 – Mecânica Geral – Turma B noturno – 13/11/2018

Nome: _____ RA: _____

Encontre a Lagrangiana do pêndulo duplo da figura abaixo:



$$L = T - U$$



$$\begin{cases} x_1 = l_1 \sin \theta_1 \\ y_1 = -l_1 \cos \theta_1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin \theta_2 \\ y_2 = -(l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos \theta_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = l_1 \cos \theta_1 \dot{\theta}_1 \\ \dot{y}_1 = l_1 \sin \theta_1 \dot{\theta}_1 \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{x}_2 = l_1 \cos \theta_1 \dot{\theta}_1 + l_2 \cos \theta_2 \dot{\theta}_2 \\ \dot{y}_2 = l_1 \sin \theta_1 \dot{\theta}_1 + l_2 \sin \theta_2 \dot{\theta}_2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow T &= \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) \\ &= \frac{1}{2} (m_1 + m_2) l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (l_2^2 \dot{\theta}_2^2 + 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)) \end{aligned}$$

$$\rightarrow U = m_1 g y_1 + m_2 g y_2 = - (m_1 + m_2) g l_1 \cos \theta_1 - m_2 g l_2 \cos \theta_2$$

Logo

$$L = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (l_2^2 \dot{\theta}_2^2 + 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)) + (m_1 + m_2) g l_1 \cos \theta_1 + m_2 g l_2 \cos \theta_2$$